



---

## Dilema da Conversão em Renda: Resgates Programados × Anuidade Vitalícia<sup>†</sup>

**Eduardo Fraga Lima de Melo**

Atuário, Mestre em Finanças e Doutor pelo COPPEAD/UFRJ  
[eduardoflm@yahoo.com.br](mailto:eduardoflm@yahoo.com.br)

**Mariana Arozo Benício de Melo**

Atuária, Mestre em Finanças pela PUC-RJ  
[marozo@gmail.com](mailto:marozo@gmail.com)

---

### Resumo

Neste artigo, analisamos a escolha que um participante de plano de previdência da modalidade contribuição variável (como, por exemplo, PGBL) ou de um seguro de vida estruturado da mesma forma (como, por exemplo, VGBL) pode fazer ao se aproximar da época de sua aposentadoria. O conceito de entrada em aposentadoria está dissociado do de transformação da conta individual, mantida em seguradora ou entidade de previdência complementar, em anuidade vitalícia. Assim, o participante pode comparar duas formas de entrada em aposentadoria: (i) via recebimento de resgates programados e adiamento da conversão da conta individual em anuidade vitalícia; ou (ii) via conversão imediata de sua conta individual em uma anuidade vitalícia. Para tanto, supomos que o participante poderá, sempre que quiser, adiar a conversão de sua conta individual em anuidade vitalícia por um ano indefinidamente junto à entidade de previdência ou seguradora, mantendo a percepção dos resgates programados. Os resultados indicam que as características técnicas do plano têm papel fundamental na idade ótima de escolha da conversão em renda.

---

### Palavras-Chave

dilema da conversão; anuidade; resgate; previdência.

---

### Sumário

1. Introdução. 2. O modelo. 3. Resultados. 4. Conclusão. 5. Referências bibliográficas.

---

<sup>†</sup> Artigo recebido em 15/5/2008. Aprovado em 5/6/2008.



### **Abstract**

---

#### **Income conversion dilemma: programmed surrenders × life annuity**

##### **Eduardo Fraga Lima de Melo**

Actuary, Master's degree in Finances and PhD from COPPEAD/UFRJ  
[eduardoflm@yahoo.com.br](mailto:eduardoflm@yahoo.com.br)

##### **Mariana Arozo Benício de Melo**

Actuary, Master's degree in Finances from PUC-RJ  
[marozo@gmail.com](mailto:marozo@gmail.com)

### **Summary**

---

In this article, we analyze the choice that a participant of a pension fund plan in the variable contribution modality (as, for instance, the PGBL modality) or an insured of a life insurance program, structured in the same way (as, for instance, the VGBL modality), may have when the retirement time is approaching. The concept of entering the retirement period is dissociated from the transformation of the individual account, kept in an insurance company or in a complementary pension fund carrier, with life annuity. Therefore, the participant may compare two forms of entering the retirement period: (i) through programmed surrenders whilst postponing the individual account conversion into life annuities; or (ii) through immediate conversion of his individual account into life annuities. In order to do that, we assume that the participant, whenever he wishes, could postpone the conversion of his individual account into life annuities for one year indefinitely, with his pension fund carrier or insurance company, preserving the perspective of the programmed surrenders. The results indicate that the technical characteristics of the plan have a fundamental role on the optimum age choice of the income conversion.

### **Key Words**

---

conversion dilemma; annuity; surrender; pension fund.

### **Contents**

---

1. Introduction. 2. The model. 3. Results. 4. Conclusion. 5. Bibliographical references.



Eduardo Fraga Lima de Melo e Mariana Arozo Benício de Melo

---

### **Sinopsis**

---

#### **Dilema de la conversión en renta: rescates programados × anualidad vitalicia**

##### **Eduardo Fraga Lima de Melo**

Licenciado en Ciencias Actuariales, Master en Finanzas y Doctor por el COPPEAD/UFRJ  
[eduardofilm@yahoo.com.br](mailto:eduardofilm@yahoo.com.br)

##### **Mariana Arozo Benício de Melo**

Licenciada en Ciencias Actuariales, Master en Finanzas por la PUC-RJ  
[marozo@gmail.com](mailto:marozo@gmail.com)

### **Resumen**

---

En este artículo, analizamos la elección que un participante de plan de fondos de pensión de la modalidad contribución variable (como, por ejemplo, PGBL) o de un seguro de vida estructurado de la misma forma (como, por ejemplo, VGBL) puede hacer cuando se aproxima la época de su jubilación. El concepto de entrada en jubilación está disociado del de transformación de la cuenta individual, mantenida en aseguradora o administradora de fondos de pensión complementar, en anualidad vitalicia. De esa manera, el participante puede comparar dos formas de entrada en jubilación: (i) vía recibimiento de rescates programados y postergación de la conversión de la cuenta individual en anualidad vitalicia; o (ii) vía conversión inmediata de su cuenta individual en una anualidad vitalicia. Para tanto, supongamos que el participante podrá, siempre que así desear, postergar la conversión de su cuenta individual en anualidades vitalicias por un año indefinidamente junto a la administradora de fondos de pensión o aseguradora, manteniendo la percepción de los rescates programados. Los resultados indican que las características técnicas del plan tienen papel fundamental en la edad óptima de elección de la conversión en renta.

### **Palabras-Clave**

---

dilema de la conversión; anualidad; rescate; fondos de pensión.

### **Sumario**

---

1. Introducción. 2. El modelo. 3. Resultados. 4. Conclusión. 5. Referencias bibliográficas.



## 1. Introdução

Neste artigo, analisamos a escolha que um participante de plano de previdência da modalidade contribuição variável (como, por exemplo, PGBL) ou de um seguro de vida estruturado da mesma forma (como, por exemplo, VGBL) pode fazer ao se aproximar a época de sua aposentadoria. O conceito de entrada em aposentadoria estará dissociado do de transformação da conta individual, mantida em seguradora ou entidade de previdência complementar, em anuidade vitalícia. Assim, o participante poderá comparar duas formas de entrada em aposentadoria: (i) via recebimento de resgates programados e adiamento da conversão da conta individual em anuidade vitalícia; ou (ii) via conversão imediata de sua conta individual em uma anuidade vitalícia. Para tanto, supomos que o participante poderá, sempre que quiser, adiar por um ano a conversão de sua conta individual em anuidade vitalícia indefinidamente junto à entidade de previdência ou seguradora<sup>1</sup>. É importante ressaltar que não consideramos questões de ordem tributária no artigo.

Conforme colocado por Benício-de-Melo (2005), a inserção de temas no cotidiano dos indivíduos como: (i) o aumento na expectativa de vida do brasileiro, (ii) a reforma da previdência e, (iii) a diminuição do papel do estado como provedor de benefícios de aposentadoria tem aumentado, de forma positiva, o interesse e a preocupação de uma parcela significativa da população com alternativas de resguardar ou garantir um futuro menos dependente de benefícios oficiais. Desta forma, temos observado, nos últimos 8 anos, um grande crescimento no volume de prêmios e contribuições de instrumentos privados de acumulação de recursos destinados ao pagamento de rendas por aposentadorias.

Certamente, os dois grandes protagonistas deste fenômeno são os planos PGBL e seguros VGBL, comercializados por entidades abertas de previdência complementar e seguradoras do ramo vida, respectivamente. Os dois somente diferem no tratamento tributário. Ambos possuem estruturas técnicas idênticas, inclusive na forma de concessão de rendas.

Aliás, com relação à forma de pagamento dos benefícios, várias modalidades de renda são oferecidas nestes planos: renda vitalícia, com reversão ao cônjuge, com prazo mínimo garantido, etc. Além dessas, há uma outra forma de renda “não formalizada” nestes contratos que ganha cada vez mais destaque: recebimento via resgates programados.

Neste tipo de pagamento, ao invés da renda ser calculada por um “fator atuarial”, os pagamentos são retirados periodicamente da conta individual do participante no valor que lhe interessa. A conta individual permanece aplicada no fundo de investimento do período de diferimento, o participante não passa a ser considerado assistido formalmente, como o que ocorre na conversão em renda. Um dos motivos para a escolha desta modalidade de pagamento pode ser o fato de o resíduo do fundo ser pago aos seus beneficiários em caso de morte do participante durante os resgates programados. Na anuidade vitalícia, por exemplo, após a morte do assistido, o fundo residual não é pago a mais ninguém. Outro possível motivo pode ser a diferença de rentabilidade entre o fundo utilizado durante o período de contribuições e o utilizado no período de concessão de benefícios, e, por fim, um terceiro motivo pode ser exatamente a questão abordada neste artigo.

<sup>1</sup> Assumimos que a opção de adiamento da conversão em renda esteja disponível para o participante.



Como a conversão da conta individual em renda é irreversível, o participante, ao chegar na idade em que deseja se aposentar, deve tomar a decisão de receber sua aposentadoria sob a forma de resgates programados ou converter sua conta individual em renda. Nada o impede de decidir que durante os primeiros anos de “aposentadoria” ele receba na forma de resgates programados e depois decida converter em renda. É exatamente nesta decisão que este artigo se propõe a ajudar o participante/segurado. Por meio de uma abordagem simples, trataremos da questão do momento “certo” para converter a conta individual em renda.

Não abordamos modelos de consumo baseados em preferências (ou seja, os baseados em utilidade) e também não levamos em consideração as preferências de “herança”, ou seja, não levamos em consideração para uma decisão ótima o fato de uma estratégia permitir que, caso ocorra o falecimento do aposentado, o saldo residual fique para beneficiários. Para mais detalhes sobre este tema, consulte Bernheim (1991).

Nosso objetivo aqui é mostrar que, com bases técnicas muito conservadoras, a estratégia de resgates programados pode ser mais vantajosa do que converter a conta individual em anuidade vitalícia, ou seja, a estratégia de resgates programados e adiamento da conversão domina a estratégia de conversão imediata em anuidade, levando a um ótimo o fato de se adiar a conversão. Formalmente, podemos dizer que a estratégia A de adiamento da conversão domina a estratégia B de conversão imediata, se, para todos os possíveis estados da natureza (ou seja, todos os possíveis retornos de investimento), o pagamento obtido por A é maior ou igual ao pagamento obtido por B. Nesse caso, valeria a pena adiar.

Alguns trabalhos na literatura lidam com o assunto abordado neste artigo (por exemplo, Brugiavini (1993), Milevsky (1998), Kingston e Thorp (2005) e Milevski e Young (2007)). Entretanto, as características singulares dos produtos de sobrevivência no mercado brasileiro impedem uma analogia direta com os resultados obtidos nestes trabalhos na literatura. Obviamente, é importante ressaltar que os resultados podem mudar sensivelmente, caso as condições econômicas mudem em relação ao que foi considerado nos experimentos.

## 2. O modelo

O modelo usado no artigo é simples e baseado em uma abordagem estática para a mortalidade, pois tal hipótese facilita o entendimento dos argumentos. As rendas são anuais e pagas ao fim do ano. O excedente financeiro ou técnico, quando há, é revertido sob a forma de renda vitalícia imediata anual. Agora, apresentaremos o modelo para avaliar a escolha ótima. Um aposentado com idade  $x$  e  $s_0$  reais investidos em um PGBL ou VGBL pode converter seu saldo em anuidade vitalícia de  $c_0 = s_0 / a_x$  reais por ano, onde  $a_x$  é a anuidade atuarial postecipada anual definida por Jordan (1975):

$$a_x = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{{}_i p_x}{(1+f)^i} \quad (1)$$



na qual  ${}_i p_x$  é a probabilidade de sobrevivência condicional que uma pessoa com idade  $x$  sobreviva mais  $i$  anos, e  $f$  é a taxa de juros fixa definida no plano. A taxa de juros e a tábua biométrica, que define os valores  $p_x$ , são estabelecidas também no plano que o participante compra ou comprou. Se  $a_x = 15$ , então  $s_0 = 100.000$  reais comprarão  $100.000/15 = 6.666,67$  reais de anuidade. Se o aposentado adia a conversão em renda por um ano, para a idade  $x + 1$ , o fator de anuidade – que é o custo de aquisição do mesmo pagamento nesta idade ( $x + 1$ ) – será:

$$a_{x+1} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{{}_i p_{x+1}}{(1+f)^i} = \left( \frac{1+f}{1-q_x} \right) \sum_{i=1}^{\infty} \frac{{}_{i+1} p_x}{(1+f)^{i+1}} = \left( \frac{1+f}{1-q_x} \right) a_x - 1, \quad (2)$$

já que por definição  $({}_i p_{x+1})({}_1 p_x) = {}_{i+1} p_x$ . Aqui,  $q_x = 1 - p_x$  denota a probabilidade de uma pessoa com idade  $x$  falecer dentro de 1 ano. A única hipótese assumida implicitamente na equação (2) é que, por exemplo,  $q_{80}$  – probabilidade condicional de morte na idade de 80 anos – usada no preço da anuidade é o mesmo, independentemente de quando a anuidade é comprada, se na idade de 65, 70 ou outra idade. Como escrito acima, esta equação é baseada na hipótese estática de evolução da mortalidade.

O excedente financeiro/técnico a ser pago ao fim do primeiro ano é calculado da seguinte forma:

$$excedente_0 = \beta \left\{ s_0 (1 + R_0^s) - c_0 - \left[ s_0 \frac{(1+f)}{p_x} - c_0 \right] \right\} = \beta s_0 \left( 1 + R_0^s - \frac{1+f}{p_x} \right)^+, \quad (3)$$

onde  $(a)^+ = \max(a, 0)$ ,  $\beta$  é o percentual de reversão de resultados financeiros/técnicos e  $R_0^s$  denota o retorno do fundo de investimento que suporta o pagamento da anuidade (fundo de investimento pós-conversão) no período 0. Neste retorno está incluída a rentabilidade obtida com o mutualismo observado na carteira, ou seja, está incluída a rentabilidade “atuarial”.

Note que se um aposentado converte seu saldo em renda na idade  $x$ , então, ao final do primeiro ano, considerando a reversão de excedentes financeiros e técnicos, o plano gerará um resultado variável (desconhecido no tempo 0) para o aposentado de:

$$c_1 = c_0 + \frac{\beta s_0 \left( 1 + R_0^s - \frac{1+f}{p_x} \right)^+}{\ddot{a}_{x+1}}, \quad (4)$$

para o caso em que o excedente (equação (3)) é pago sob a forma de renda imediata para o aposentado, ou seja, ele aumenta a renda do aposentado. A renda inicial  $c_0$  é equivalente a  $s_0/a_x$ , pois  $s_0$  é o montante acumulado pelo aposentado no tempo 0.



Se o fundo de investimento pós-conversão tiver um ganho real líquido de 8%, a taxa de juros fixa  $f = 5\%$ ,  $p_x = 0.99$ ,  $\beta = 100\%$ ,  $\ddot{a}_{x+1} = a_x(1+f) / p_x = 15(1,05)/0.99 = 15.91$ , então a primeira renda ao final do ano será de 6.666,67 mais o excedente de  $100\% \times 100.000[(1,08 - 1,05/0,99)^+] / 15.91 = 121.90$  reais. Assim, a renda total ao fim do primeiro ano será de  $(6.666,67) + (121,90) = 6.788.57$  reais. Em termos algébricos, o aposentado recebe  $c_1$  reais ao fim do ano (equação (4)), que é uma variável desconhecida no tempo zero.

Seguindo este raciocínio, ao fim do segundo ano de aposentadoria, o assistido receberá:

$$c_2 = c_1 + \frac{\beta s_1 \left(1 + R_1^s - \frac{1+f}{p_{x+1}}\right)^+}{\ddot{a}_{x+2}}$$

onde  $R_1^s$  é uma realização da variável aleatória  $R^s$ . As rendas futuras são derivadas da mesma forma. Intuitivamente, ao se selecionar um maior  $f$ , tem-se um fator de anuidade menor na equação (1), que resulta em uma maior renda. Entretanto, este fato gera menores excedentes financeiros/técnicos, pois o retorno tem que superar um obstáculo maior, que é a garantia mínima. Para mais detalhes sobre garantias mínimas no Brasil, referenciamos Melo (2007a e 2007b).

Agora, apresentamos o principal argumento de dominância. Assumindo que, na idade  $x$ , o aposentado decida (i) não converter seu saldo em renda e ter ao fim do ano  $s_0$  rentabilizado pela taxa de juros real  $R^w$  (retorno real do fundo de investimento no período de diferimento) que pode diferir de  $R^s$ , (ii) retirar a quantia aleatória  $c_1$  ao fim do ano, e então (iii) converter em renda na idade  $x + 1$ . A estratégia "A" de adiar a conversão em renda dominará a estratégia "B" de conversão imediata, em um dado tempo  $t$ , se:

$$\frac{s_t(1 + R_t^w) \left[ \frac{s_t}{a_{x+t}} + \frac{s_t \beta \left(1 + R_t^s - \frac{1+f}{p_{x+t}}\right)^+}{\ddot{a}_{x+t+1}} \right]}{a_{x+t+1}} \geq \frac{s_t}{a_{x+t}} + \frac{s_t \beta \left(1 + R_t^s - \frac{1+f}{p_{x+t}}\right)^+}{\ddot{a}_{x+t+1}}$$

Se utilizarmos as seguintes relações:

$$a_{x+1} = \frac{1+f}{p_x} a_x - 1,$$

$$\ddot{a}_{x+1} = 1 + a_{x+1},$$

$$\ddot{a}_{x+1} = \frac{1+f}{p_x} a_x,$$



chegamos à seguinte desigualdade:

$$R_t^w \geq \max \left( \beta (1 + R_t^s) + (1 - \beta) \frac{1+f}{P_{x+t}}; \frac{1+f}{P_{x+t}} \right) - 1, \quad (5)$$

para que a estratégia “A” domine a “B”.

Caso a inequação acima valha para todos os estados da natureza, não faria sentido converter o saldo em renda na idade  $x+t$ . Note que o lado direito da equação (5) representa o retorno a ser aplicado nos recursos que garantem o pagamento da anuidade, ou seja, o retorno considerando a garantia mínima e a reversão de excedentes. Se  $\beta = 100\%$ , temos:

$$R_t^w \geq \frac{1+f}{P_{x+t}} - 1 + \left( R_t^s - \left( \frac{1+f}{P_{x+t}} - 1 \right) \right)^+$$

Em outras palavras, mesmo sem considerar o benefício de se deixar o saldo para os beneficiários, não faria sentido a conversão em renda na idade  $x+t$ , caso a rentabilidade do fundo no período de diferimento seja superior à garantia mínima mais o excedente técnico. Obviamente que com o aumento de  $x$  e de  $q_{x,t}$ , torna-se menos provável que o lado esquerdo de (5) exceda o limite da garantia mínima mais o excedente. Neste caso, converter em renda tornar-se-ia vantajoso. Por estarmos trabalhando com retornos reais, não precisamos fazer considerações a respeito do comportamento da inflação.

### 3. Resultados

Nos experimentos executados para se verificar a idade ótima para conversão em renda consideramos vários cenários possíveis, de forma não probabilística, com as seguintes variáveis:

- Tábuas Biométricas: AT-49M, AT-83M e AT-2000BM, obtidas no site da SOA – Society of Actuaries ([www.soa.org](http://www.soa.org)).
- Percentuais de reversão de excedentes técnicos ( $\beta$ ): 0%, 50% e 100%.
- Taxas de juros fixadas no plano ( $f$ ): 0%, 3% e 6%.
- Retornos reais do fundo de investimento no período de diferimento ( $R^w$ ): 5%, 7% e 9%.

A idade inicial de verificação foi 55 anos. Assim, a única variável que falta para montar este “quebra-cabeça” é o retorno real do fundo de investimento no período de pagamento de benefícios ( $R^s$ ), no período pós-conversão. Para isto, consideramos quatro hipóteses. Na primeira (1), esta taxa é 0,5% (50 pontos base) acima do retorno real do fundo de investimento no período de diferimento. Na segunda hipótese (2), ela é exatamente igual, na terceira (3), ela é 0,5% (50 pontos base) menor. Por fim, na quarta (4), o retorno real do fundo de investimento no período de concessão de benefícios é 1,0% (100 pontos base) menor.





Há alguns fatores que podem determinar quão verossímil são estas hipóteses. A taxa de administração no período de pagamento de benefícios pode ser menor, gerando um retorno mais elevado. A razão para esta diferença pode residir no fato da sociedade centralizar todos os recursos de pagamento de benefícios em um único fundo, acarretando ganhos de escala e administração relativamente mais barata.

Por outro lado, a hipótese de um retorno menor no fundo referente ao período de concessão de benefícios, pode ser verossímil em um contexto onde as políticas de investimento diferem bastante pré e pós-conversão. A política pós-conversão pode ser desenhada de forma a prover maior segurança em troca de um retorno esperado menor, quando comparado com o do fundo no período de diferimento.

Todos os cenários e variáveis foram baseados em características comumente encontradas nos produtos do mercado brasileiro, à exceção da tábua AT-49M, que está praticamente extinta a novas vendas. O argumento de dominância não se baseia no conhecimento de que os consumidores têm das taxas de mortalidade. Os resultados dos experimentos estão nas Tabelas 1, 2, 3 e 4 para cada uma das diferentes hipóteses elencadas nesta seção. Nos experimentos, a idade mínima considerada para se verificar a estratégia dominante foi 55 anos.

**Tabela 1** – Resultados de idade ótima, onde a estratégia de conversão imediata domina a de adiamento de conversão. Tábuas Biométricas: AT-49M, AT-83M e AT-2000BM. Percentuais de reversão de excedentes técnicos ( $\beta$ ): 0% e 50%. Taxas de Juros fixada no plano ( $f$ ): 0%, 3% e 6%. Retornos reais do fundo de investimento no período de diferimento ( $R^w$ ): 5%, 7% e 9%. Hipótese (1):  $R^s = R^w + 0,5\%$

| $f = 0\%$   | AT-49M        |                | AT-83M        |                | AT-2000BM     |                |
|-------------|---------------|----------------|---------------|----------------|---------------|----------------|
|             | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ |
| $R^w = 5\%$ | 74            | 68             | 79            | 71             | 80            | 72             |
| $R^w = 7\%$ | 78            | 72             | 82            | 75             | 83            | 75             |
| $R^w = 9\%$ | 80            | 75             | 84            | 77             | 86            | 78             |
| $f = 3\%$   | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ |
| $R^w = 5\%$ | 63            | 55             | 69            | 60             | 71            | 61             |
| $R^w = 7\%$ | 71            | 65             | 76            | 69             | 77            | 69             |
| $R^w = 9\%$ | 76            | 70             | 80            | 73             | 81            | 73             |
| $f = 6\%$   | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ |
| $R^w = 5\%$ | 55            | 55             | 55            | 55             | 55            | 55             |
| $R^w = 7\%$ | 55            | 55             | 62            | 55             | 64            | 55             |
| $R^w = 9\%$ | 68            | 61             | 73            | 65             | 74            | 66             |



As colunas para  $\beta = 100\%$  foram suprimidas, pois as idades nesta hipótese, assim como para as hipóteses (2) e (3) foi de 55 anos, a idade mínima considerada nos experimentos. Com relação aos resultados, observamos os seguintes comportamentos: (i) maior o retorno real do fundo no período de diferimento ( $R^w$ ), por mais tempo valerá a pena adiar a conversão, tornando a idade ótima mais avançada; (ii) maior a taxa de juros fixada no plano ( $f$ ), menor a idade ótima para conversão, pois a garantia oferecida pela conversão em renda se torna mais atraente; (iii) quanto mais conservadora a tábua biométrica prevista no plano, maior será a idade ótima para conversão, pois menos atrativa será a garantia mínima do plano; (iv) maior o  $\beta$ , menor é a idade ótima, já que, com excedentes maiores, se torna mais vantajoso a conversão em renda. É bom ressaltar que a AT-2000BM é mais conservadora que a AT-83M. Por sua vez, a AT-83M é mais conservadora que a AT-49M. Essas relações serão observadas para todas as hipóteses.

**Tabela 2** – Resultados de idade ótima, onde a estratégia de conversão imediata domina a de adiamento de conversão. Tábuas Biométricas: AT-49M, AT-83M e AT-2000BM. Percentuais de reversão de excedentes técnicos ( $\beta$ ): 0% e 50%. Taxa de juros fixada no plano ( $f$ ): 0%, 3% e 6%. Retornos reais do fundo de investimento no período de diferimento ( $R^w$ ): 5%, 7% e 9%. Hipótese (2):  $R^s = R^w$

|             | AT-49M        |                | AT-83M        |                | AT-2000BM     |                |
|-------------|---------------|----------------|---------------|----------------|---------------|----------------|
| $f = 0\%$   | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ |
| $R^w = 5\%$ | 74            | 69             | 79            | 72             | 80            | 73             |
| $R^w = 7\%$ | 78            | 73             | 82            | 75             | 83            | 76             |
| $R^w = 9\%$ | 80            | 75             | 84            | 78             | 86            | 78             |
| $f = 3\%$   | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ |
| $R^w = 5\%$ | 63            | 58             | 69            | 63             | 71            | 64             |
| $R^w = 7\%$ | 71            | 67             | 76            | 70             | 77            | 70             |
| $R^w = 9\%$ | 76            | 71             | 80            | 74             | 81            | 74             |
| $f = 6\%$   | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ |
| $R^w = 5\%$ | 55            | 55             | 55            | 55             | 55            | 55             |
| $R^w = 7\%$ | 55            | 55             | 62            | 55             | 64            | 55             |
| $R^w = 9\%$ | 68            | 63             | 73            | 67             | 74            | 68             |

Aqui destacamos que quanto maior o retorno do fundo pós-conversão ( $R^s$ ), comparado ao retorno do fundo durante o período de diferimento ( $R^w$ ), menor será a idade ótima para conversão em renda. Mas essa relação só é válida quando há reversão de excedentes técnicos ( $\beta > 0\%$ ), uma vez que o assistido somente usufrui deste retorno quando há repasses de excedentes técnicos.



Eduardo Fraga Lima de Melo e Mariana Arozo Benício de Melo

**Tabela 3** – Resultados de idade ótima, onde a estratégia de conversão imediata domina a de adiamento de conversão. Tábuas Biométricas: AT-49M, AT-83M e AT-2000BM. Percentuais de reversão de excedentes técnicos ( $\beta$ ): 0% e 50%. Taxa de juros fixada no plano ( $f$ ): 0%, 3% e 6%. Retornos reais do fundo de investimento no período de diferimento ( $R^w$ ): 5%, 7% e 9%. Hipótese (3):  $R^s = R^w - 0,5\%$

|             | AT-49M        |                | AT-83M        |                | AT-2000BM     |                |
|-------------|---------------|----------------|---------------|----------------|---------------|----------------|
| $f = 0\%$   | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ |
| $R^w = 5\%$ | 74            | 70             | 79            | 73             | 80            | 74             |
| $R^w = 7\%$ | 78            | 73             | 82            | 76             | 83            | 77             |
| $R^w = 9\%$ | 80            | 76             | 84            | 78             | 86            | 79             |
| $f = 3\%$   | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ |
| $R^w = 5\%$ | 63            | 61             | 69            | 66             | 71            | 66             |
| $R^w = 7\%$ | 71            | 68             | 76            | 71             | 77            | 72             |
| $R^w = 9\%$ | 76            | 72             | 80            | 74             | 81            | 75             |
| $f = 6\%$   | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ |
| $R^w = 5\%$ | 55            | 55             | 55            | 55             | 55            | 55             |
| $R^w = 7\%$ | 55            | 55             | 62            | 59             | 64            | 60             |
| $R^w = 9\%$ | 68            | 65             | 73            | 68             | 74            | 69             |

Para a hipótese (4), como a diferença entre os retornos nos fundos pré e pós-conversão se torna mais significativa (1,0%), a idade ótima para conversão, mesmo para 100% de reversão de excedentes técnicos ( $\beta = 100\%$ ), passa a ser majoritariamente 64 anos e não 55 como anteriormente. Nesta hipótese, o retorno real do fundo no período de diferimento é bem superior, justificando o adiamento da conversão até 64 anos, mesmo para um  $\beta$  alto.

**Tabela 4** – Resultados de idade ótima, onde a estratégia de conversão imediata domina a de adiamento de conversão. Tábuas Biométricas: AT-49M, AT-83M e AT-2000BM. Percentuais de reversão de excedentes técnicos ( $\beta$ ): 0%, 50% e 100%. Taxa de juros fixada no plano ( $f$ ): 0%, 3% e 6%. Retornos reais do fundo de investimento no período de diferimento ( $R^w$ ): 5%, 7% e 9%. Hipótese (4):  $R^s = R^w - 1,0\%$

|             | AT-49M        |                |                 | AT-83M        |                |                 | AT-2000BM     |                |                 |
|-------------|---------------|----------------|-----------------|---------------|----------------|-----------------|---------------|----------------|-----------------|
| $f = 0\%$   | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ | $\beta = 100\%$ | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ | $\beta = 100\%$ | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ | $\beta = 100\%$ |
| $R^w = 5\%$ | 74            | 71             | 64              | 79            | 74             | 64              | 80            | 75             | 64              |
| $R^w = 7\%$ | 78            | 74             | 64              | 82            | 77             | 64              | 83            | 77             | 64              |
| $R^w = 9\%$ | 80            | 76             | 64              | 84            | 79             | 64              | 86            | 79             | 64              |
| $f = 3\%$   | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ | $\beta = 100\%$ | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ | $\beta = 100\%$ | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ | $\beta = 100\%$ |
| $R^w = 5\%$ | 63            | 63             | 63              | 69            | 67             | 64              | 71            | 68             | 64              |
| $R^w = 7\%$ | 71            | 69             | 64              | 76            | 72             | 64              | 77            | 73             | 64              |
| $R^w = 9\%$ | 76            | 72             | 64              | 80            | 75             | 64              | 81            | 76             | 64              |
| $f = 6\%$   | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ | $\beta = 100\%$ | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ | $\beta = 100\%$ | $\beta = 0\%$ | $\beta = 50\%$ | $\beta = 100\%$ |
| $R^w = 5\%$ | 55            | 55             | 55              | 55            | 55             | 55              | 55            | 55             | 55              |
| $R^w = 7\%$ | 55            | 55             | 55              | 62            | 62             | 62              | 64            | 64             | 64              |
| $R^w = 9\%$ | 68            | 66             | 64              | 73            | 70             | 64              | 74            | 70             | 64              |



Resumidamente, enquanto o retorno real do fundo no período de diferimento for maior que o retorno real da garantia mínima (retorno fixo + retorno previsto na tábua biométrica), a conversão imediata em renda é dominada pela estratégia de adiamento e percepção de resgates programados. À medida que a idade do participante/segurado avança, a garantia mínima se torna maior por conta do maior risco de morte assumida para o assistido. Por isso, a conversão em renda vai se tornando mais atrativa com o aumento da faixa etária.

É importante destacar que os resultados de todos os experimentos são baseados em suposições que, se alteradas, podem mudar definitivamente o critério de decisão.

#### 4. Conclusão

Poucos ou, até mesmo, nenhum trabalho no Brasil lidam ou dão algum tipo de guia e ajuda a participantes sobre a idade ou época ótima para conversão do saldo mantido em plano de previdência ou seguro de vida em anuidade. A necessidade para tal guia é especialmente importante em um ambiente com reformas previdenciárias já aprovadas e outras que estão em discussão, pois isto faz com que o assunto esteja cada vez mais em evidência para muitos setores da sociedade.

Este artigo é baseado na presunção de que o consumidor entende a importância do “seguro de longevidade” inserido nas rendas vitalícias. Este indivíduo está interessado em comprar uma anuidade, mas está preocupado com a época ótima para fazê-lo, principalmente por conta das diferentes condições oferecidas pelas entidades e seguradoras e as restrições de irreversibilidade desta transação. Intuitivamente, muitas pessoas podem perceber pouco sentido em se comprometer com tal renda muito cedo na vida, ou com pouca idade.

Posto isto, se o participante adia a conversão, ele arrisca perder os créditos advindos da mortalidade prevista no “fator atuarial” que não estão disponíveis para a opção de resgates programados. De fato, o “*trade-off*” entre conversão imediata e adiada pode ser analisado usando uma variedade de filosofias econômicas e matemáticas. Neste artigo, a pergunta que respondemos é bem simples: “Por quanto tempo, ou até que idade, a estratégia de percepção de renda via resgates programados é melhor que a de conversão em anuidade?”

Dado que utilizamos bases técnicas usadas no mercado atualmente, uma importante hipótese assumida é o desconhecimento da evolução das taxas de mortalidade vis-à-vis o preço do risco de mortalidade. Usando argumentos de dominância, desenvolvemos um esquema para escolha da idade ótima para conversão do saldo em renda. Isto implica que só podemos verificar intervalos inferiores para esta idade, já que a verdadeira idade ótima dependerá de preferências a risco e outros fatores como “herança”. Dependendo das características do plano, esta idade pode ser relativamente baixa (por exemplo, 55 anos) ou pode ser bastante elevada (por exemplo, 83 anos, para planos com tábua e taxa de juros conservadoras). Para aqueles aposentados que levam em consideração o benefício de se deixar o saldo para beneficiários (como “herança”) ou para aqueles dispostos a aceitar um nível mínimo de risco em troca do benefício da liquidez, a idade ótima para conversão pode ser ainda maior.



## 5. Referências bibliográficas

BENÍCIO-DE-MELO, M.A. **Escolha do melhor instrumento de previdência**: o efeito do novo ambiente tributário. Dissertação de [Mestrado] - IAG/PUC – Rio de Janeiro, 2005.

BERNHEIM, B.D. How strong are bequest motives? Evidence based on estimates of the demand for life insurance and annuities. **Journal of Political Economy**, v. 99, n. 5, p. 899-927, 1991.

BRUGIAVINI, A. Uncertainty resolution and the timing of annuity purchases. **Journal of Public Economics**, n. 50, p. 31-62, 1993.

JORDAN, C.W. **Life contingencies**. The Society of Actuaries, 1975.

KINGSTON, G.; THORP, S. Annuitization and asset allocation with HARA utility. **Journal of Pension Economics and Finance**, v. 4, n. 3, p. 225-248, 2005.

MILEVSKI, M.A.; YOUNG, V.R. The timing of annuitization: investment dominance and mortality risk. **Insurance: Mathematics and Economics**, n. 40 p. 135-144, 2007.

MILEVSKY, M.A. Optimal asset allocation towards the end of the life cycle: To annuitize or not to annuitize? **Journal of Risk and Insurance**, v. 65, n. 3, p. 401-426, 1998.

MELO, E. F. L. Avaliação de garantias mínimas brasileiras por opções e cópulas. **Revista Brasileira de Risco e Seguro**, Rio de Janeiro: Funenseg, v. 3, n. 5., p. 111-132, 2007.

MELO, E. F. L. Qual o valor da garantia: “tábua biométrica + taxa de juros + inflação”? **Revista Brasileira de Risco e Seguro**, Rio de Janeiro: Funenseg, v. 3, n. 6, p. 113-134, 2007.

