



Testes de Eficiência na Área de Seguradoras, Previdência Privada Aberta e Capitalização no Mercado Brasileiro em Relação ao Período de 2000 a 2003: Uma Abordagem Através de Testes não Paramétricos e Modelos de Lógica Nebulosa

Antonio Carlos Magalhães da Silva

Engenheiro e Doutorando pela COPPE/UFRJ

amagal@uol.com.br

Resumo

O setor das sociedades seguradoras, das entidades abertas de previdência privada e das sociedades de capitalização vem ganhando importância a cada ano na economia nacional. Essas organizações são de extrema valia na formação da poupança interna no país. O presente trabalho estuda duas diferentes metodologias, com o objetivo de avaliar a eficiência destes setores. No primeiro ensaio será realizada uma análise da eficiência das empresas pertinentes aos setores, de acordo com a metodologia do *Data Envelopment Analysis* (DEA). Na segunda metodologia utilizaremos uma modelagem através da técnica da lógica Nebulosa (Lógica Fuzzy), em conjunto com análise de índices financeiros. O objetivo deste ensaio é conjugar uma técnica largamente utilizada (análise de índices) com conceitos na área de lógica nebulosa na busca das empresas mais eficientes. Em função disso, serão apresentadas as conclusões destes ensaios, bem como uma análise comparativa entre estas técnicas na identificação da convergência dos resultados.

Palavras-Chave

Testes de eficiência; seguradoras; previdência privada aberta; capitalização.

Sumário

1. Introdução; 2. Delimitação do Estado; 3. Referencial teórico; 3.1. Análise Envolvória de Dados (DEA); 3.2 Lógica Fuzzy; 4. Aplicação e resultados; 4.1 Metodologia DEA – empresas de previdência privada aberta; 4.2 Metodologia DEA – sociedades seguradoras; 4.3 Metodologia DEA – sociedades de capitalização; 4.4. A metodologia da Lógica Fuzzy – sociedades seguradoras; 4.5. A metodologia da Lógica Fuzzy – entidades abertas de previdência privada; 4.6. A metodologia da Lógica Fuzzy – sociedades de capitalização; 5. Conclusão; 6. Referências bibliográficas.

Abstract

Efficiency tests for sureties, open private insurance companies, and capitalisation corporations in the Brazilian market between 2000 and 2003: an approach through non-parametric tests and Fuzzy Logics models

Antonio Carlos Magalhães da Silva

Engineer; taking the PhD Programme at COPPE/UFRJ, Federal University of Rio de Janeiro, Brazil
amagal@uol.com.br

Summary

The sector that comprises the sureties, open private insurance entities and capitalisation corporations has become increasingly more important in the national economy, as these organizations play a major role in the domestic savings market. This paper discusses the adoption of two different methodologies to assess the efficiency of this sector in Brazil. The first study analyses the efficiency of the companies that pertain to the above mentioned sector through *Data Envelopment Analysis* (DEA), while the second study employs Fuzzy Logics in conjunction with the analysis of financial indices. Thus, the aim of this paper is to conjugate a widely used methodology (indices analysis) with concepts of Fuzzy Logics and to compare these two methodologies to identify the convergence of the findings in order to draw conclusions about what makes companies more efficient.

Key words

Efficiency tests; insurance companies; open private insurance; capitalisation corporations.

Contents

1. Introduction; 2. Scope of the Study; 3. Theoretical Framework; 3.1. Data Envelopment Analysis (DEA); 3.2 Fuzzy Logics; 4. Applications and findings; 4.1 DEA – open private insurance companies; 4.2 DEA – sureties; 4.3 DEA – capitalisation corporations; 4.4. Fuzzy Logics – sureties; 4.5. Fuzzy Logics – open private insurance companies; 4.6. Fuzzy Logics – capitalisation corporations; 5. Conclusion; 6. References.

1. Introdução

Antes da introdução do Plano Real (Julho de 1994), o setor de seguros, previdência aberta e capitalização não apresentava um crescimento sustentável de suas atividades. A inflação era altamente perniciosa para o crescimento destes setores. Alguns desequilíbrios na área de previdência eram ocultados pelo forte efeito inflacionário em nossa economia.

Contador (1999) já descreve a importância que o mercado financeiro tem para o crescimento e desenvolvimento econômico de um país. No Brasil, a partir da década de 80, observamos grande parte do desmantelamento do mercado de capitais brasileiros, o qual havia sido desenhado a partir das reformas ocorridas em 1964 e 67. Esta crise contribuiu para o desvio das poupanças privadas para o financiamento do déficit público.

Após a estabilização da economia em 1994, com a redução drástica da inflação e as reformas iniciadas na previdência, os ativos destas entidades começaram a crescer exponencialmente ao longo dos últimos anos. Os agentes econômicos passaram a possuir uma visão de médio e longo prazos mais eficiente em função da estabilidade existente. Além disso, a procura por fundos de previdência aberta em função da redução dos benefícios pagos pela previdência oficial favoreceu fortemente este segmento.

Entre 1996 e 2002¹, as receitas das empresas de seguros, capitalização e previdência privada passaram de R\$ 22 bilhões para R\$ 43 bilhões, ampliando de 2,87% para 3,22% a participação do setor na formação do PIB brasileiro, conforme demonstramos na seguinte tabela:

Tabela 1 – Part. do Setor de Seguros, Previdência Aberta e Capitalização no PIB Brasileiro

Ano	Arrecadação (R\$ milhões)	Part. PIB (%)	PIB (R\$ milhões)
1995	16.320	2,53%	646.192
1996	22.355	2,87%	778.887
1997	25.028	2,87%	870.743
1998	26.181	2,86%	914.188
1999	28.275	2,90%	973.846
2000	32.763	2,98%	1.101.255
2001	37.656	3,14%	1.198.736
2002	42.513	3,16%	1.346.028

¹ Os valores referentes às sociedades seguradoras, sociedades de capitalização e entidades abertas de previdência privada foram obtidos junto aos boletins estatísticos da SUSEP (período de 2000-2002) e aos Anuários Estatísticos da SUSEP (1996-1999).

De uma forma geral, o potencial de crescimento do segmento é ainda elevado. Os demais países do mundo possuem um percentual de participação do setor de seguros na economia do país superior ao do Brasil. O Brasil ocupa a 22ª colocação em termos de prêmios emitidos na economia mundial, sendo que ocupa a 11ª colocação em termos de PIB na economia mundial. Atualmente, em termos de América Latina, o Brasil é o maior mercado, com 31% da arrecadação de todos prêmios, sem considerar previdência privada e capitalização.

Nos últimos anos, o mercado foi fortemente influenciado pelos planos na área de previdência aberta e por um volume maior de operações na área de seguros, principalmente em ramos como o de seguro de vida. O forte volume de recursos aplicados na área de previdência aberta favoreceu a geração da poupança interna de longo prazo no país. Com a expectativa da queda das taxas de juros no Brasil, existe a possibilidade de migração de parte destes recursos para os financiamentos das empresas no longo prazo e, conseqüentemente, um aumento do volume de investimentos por parte da área privada na economia nacional.

Dessa forma, o mercado das sociedades seguradoras, entidades privadas de previdência aberta e sociedades de capitalização passa por um momento onde a eficiência das organizações será uma variável decisiva para o sucesso de qualquer corporação.

No que toca à análise da eficiência entre as instituições, com a utilização da metodologia DEA, encontramos diversas pesquisas realizadas sobre este assunto. Entre elas podemos citar os trabalhos de Silva (2000) e Kassai (2002), que combinam a técnica da Análise Envoltória de Dados na área de finanças. Convém citar que no exterior já existe uma vasta bibliografia sobre o uso desta técnica (Chen, 2000).

A utilização da lógica fuzzy possui o objetivo de introduzir na análise de eficiência das empresas uma metodologia que vem sendo largamente empregada na engenharia a desde a década de 80. Convém salientar que junto com as redes neurais e os algoritmos genéticos, esta metodologia começa a se inserir no campo das finanças e da administração.

É importante citar que em qualquer atividade estaremos avaliando a *performance* dos gestores. Deste modo, as técnicas apresentadas acima procuram identificar diferentes ferramentas que podem ser úteis em diversos segmentos, principalmente aqueles correlacionados com a área de finanças. Além disso, com o constante processo de reestruturação presenciado no mercado de seguros, temos a seguinte questão: Quais são as empresas/setores mais eficientes? A resposta a essa pergunta indica quem possui maiores chances de permanecer no mercado, bem como aqueles (menos eficientes) que podem procurar novos parceiros para o seu negócio, indicando, assim, movimento de futuras fusões e aquisições.

2. Delimitação do estudo

O estudo relativo às informações das Sociedades Seguradoras, Entidades Abertas de Previdência Privada e Sociedades de Capitalização do mercado brasileiro será relativo ao período entre 1999

e 2003. É importante que, para determinados ensaios, o escopo em termos de prazo pode ser menor, haja vista a inexistência da publicação e de informações necessárias para a modelagem que será necessária nos dois ensaios.

Quanto à identificação das origens ou causas da eficiência/ineficiência das instituições sob análise, ou quaisquer outras inter-relações que possamos obter, esta se dará nos aspectos qualitativo e quantitativo. Na abordagem qualitativa, serão considerados fatos e fatores nacionais e/ou internacionais relevantes na análise.

3. Referencial teórico

O mercado de capitais é o elo para a transformação da poupança privada em investimento. Deste processo se dará grande parte do desenvolvimento de qualquer país e o crescimento sustentável de uma nação. Em função da escassez da poupança interna, o governo pode intervir nas atividades, de tal forma a regular o mercado de acordo com seus interesses. Esta alternativa pode reduzir a rentabilidade dos investidores e prejudicar a composição das carteiras dos geradores de poupança de qualquer país.

As normas impostas pelas autoridades monetárias e reguladoras deste mercado possuem o objetivo de garantir a rentabilidade, solvência, segurança e liquidez de suas atividades, e principalmente de seus recursos. Uma das formas de obter tais objetivos é através da regulação das carteiras dos portfólios destas entidades.

O setor de seguros ainda desempenha um papel social relevante. As áreas de saúde, vida e previdência estão inseridas nesta idéia de constituição de uma sociedade mais justa. Apesar da alta carga tributária presente no Brasil (em torno de 35% do PIB no ano de 2003), o Estado ainda não concede para todos os seus indivíduos os direitos fundamentais descritos na Constituição Federal de 1988. Esta lacuna está sendo preenchida por empresas privadas da área de seguro e previdência.

3.1. Análise Envoltória de Dados (DEA)

Vários autores discutem o papel das empresas. Para determinadas pessoas, o objetivo principal e único das empresas é o lucro. Todavia, as organizações passam por um processo de transformar fatores de produção utilizados no seu processo em produtos/serviços que determinados clientes desejam receber. O lucro não deve ser visto como a única meta, pois, se isto fosse verdadeiro, como seria analisada a empresa sem fins lucrativos, que a cada dia é de vital importância no cotidiano das famílias.

De acordo com a teoria sistêmica da administração, a empresa pode ser descrita como um conjunto de três elementos interdependentes: a entrada, o processamento e a saída. Este processo se caracteriza por ser um sistema aberto e dinâmico. Desta forma, temos um conjunto de elementos que se interagem entre si para a consecução de um objetivo comum. Atualmente, além do objetivo econômico (lucro), as empresas começam a ter uma responsabilidade social cada vez influente no ambiente em que estamos inseridos. Este fato pode ser confirmado através dos balanços sociais corporativos que, desde o início do século XXI, passaram a ser publicados por diversas organizações.



De acordo com Catelli (1999), podemos definir o termo **avaliação** como: “O ato ou efeito de se atribuir valor, sendo que o valor pode ser entendido num sentido qualitativo (mérito, importância) ou num sentido quantitativo (mensuração)”. A avaliação pode ser definida como a forma que as decisões dos administradores e gestores afetaram a empresa. A geração de valor para o acionista deve ser o foco de qualquer gestão nos tempos modernos.

Existem diversas formas de aferir o desempenho das organizações, entre elas, podemos citar: índices, percentuais, quocientes e outras formas quantitativas. As avaliações qualitativas não são tão relevantes em função da subjetividade existente na análise. Na área de administração, nos confrontamos com várias expressões relacionadas ao desempenho como eficiência, eficácia, produtividade e outras. Catelli (1999) define a produtividade como uma relação entre insumos e produtos (relação entre entradas e saídas).

O conceito de **modelo** é essencial em qualquer estudo quantitativo que podemos realizar no campo das finanças. Podemos definir modelo como uma visão simplificada da realidade. Através de funções matemáticas e distribuições probabilísticas tentaremos explicar o comportamento de determinado sistema. O DEA é uma técnica não paramétrica que permite lidar com várias saídas (*outputs*) e entradas (*inputs*), cujo objetivo é analisar, comparativamente, unidades independentes (instituições, organizações, escolas e outras) no que se refere ao seu desempenho, ou seja, à eficiência de cada unidade.

O método DEA pode ser utilizado em diversos estudos de eficiência, tanto em instituições relacionadas ao setor público, onde é difícil medir a eficiência das unidades, como em áreas de grande concorrência (mercado financeiro), já que é necessário saber em quais variáveis as organizações não são plenamente eficientes. Entre as propriedades e características que levaram esta metodologia a ser adotada como uma das presentes neste trabalho, destacamos alguns pontos:

- Difere dos métodos que necessitam que os *inputs* e *outputs* sejam transformados em uma única unidade de medida;
- Os *outliers*² não são apenas desvios em relação ao comportamento mediano dos dados, mas pontos que podem ser possíveis *benchmarks* para serem estudados pelas demais unidades (aprender com os melhores);
- Identificação das causas e das dimensões da ineficiência relativa de cada uma das unidades comparadas, bem como do índice de eficiência de cada uma;

Esta técnica vem ganhando, a cada dia, novos adeptos. Um dos motivos deste fato é a facilidade de caracterizar as unidades eficientes/ineficientes, bem como identificar as variáveis que podem ser trabalhadas para a melhoria do resultado de qualquer unidade do sistema.

² Valores que estão bem afastados da mediana dos dados.

Um dos problemas da utilização das técnicas paramétricas é a necessidade de conhecermos a função produção que estamos trabalhando, bem como a distribuição da estatística dos desvios (resíduos) entre valores esperados e observados. A técnica não paramétrica não necessita de suposição no que diz respeito ao formato da fronteira de produção. A programação linear é uma metodologia que permite resolver o sistema de inequações que permitirá maximizar os resultados, sendo atendidas as restrições com relação aos insumos e ao processo produtivo.

Os trabalhos realizados por Farrel (1957) são considerados o marco inicial dos estudos da área do DEA. Ele introduziu o conceito de eficiência técnica e eficiência de alocação. A base dos estudos eram as pesquisas realizadas por Debreu e Koopmans, em 1951 (Coelli, 1998). Charnes, Cooper e Rhodes (DEA-CCR) desenvolveram, no ano de 1978, um trabalho baseado numa técnica de programação matemática, para a análise de eficiência das escolas públicas. A metodologia básica era a programação linear de maximização sujeita a determinadas restrições.

A idéia principal do trabalho de Charnes, Cooper e Rhodes (1978) era propor um modelo com orientação voltada para os *inputs* (redução dos insumos utilizados sem alterar o nível dos *outputs* atuais), além de assumir rendimentos constantes de escala. Nascia, neste momento, o primeiro modelo DEA aplicado a um caso prático.

Banker, Charnes e Cooper (DEA-BCC) eliminaram a necessidade dos rendimentos constantes de escala na aplicação do modelo, ou seja, não era mais necessário que o incremento nos *inputs* gerasse uma compensação proporcional nos *outputs*. Além disso, várias técnicas estão surgindo para melhorar a performance dos modelos na análise de eficiência. Entre elas, podemos destacar os trabalhos na área de seleção de variáveis (Estellita, 1999), o método da supereficiência (Andersen et al., 1993), restrições aos pesos das variáveis (Roll et al., 1991), bem como trabalhos mais recentes de modelos de estrutura com preferência (Zhu, 1996) e até mesmo de Neuro-DEA (Biondi, 2000).

O DEA-CCR determina para cada DMU³ (unidade) a máxima razão entre a soma ponderada dos *outputs* e a soma ponderada dos *inputs*, onde os pesos são determinados pelo modelo. As empresas ou organizações de determinado setor formam um determinado segmento da economia. Vários *inputs* e inúmeros *outputs* estão envolvidos neste processo. Podemos exemplificar os *inputs* como a matéria-prima necessária para a produção dos bens finais, e representaremos o conjunto dos *inputs* através de um vetor $x = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_s\}$. Os *outputs* podem ser considerados os produtos finais do processo, sendo que utilizaremos o seguinte vetor *output* $y = \{y_1, y_2, y_3, \dots, y_s\}$ para identificá-los.

É importante citar que os inúmeros *inputs* apresentam um nível de importância diferente na produção dos *outputs*. Iremos adotar que a participação relativa desses componentes possa ser representada por uma expressão linear do tipo (Equação 1):

³ Decision Making Unit.



$$y = \{y_1, y_2, \dots\} = \varphi (v_1 x_1 + v_2 x_2 + \dots + v_M x_M)$$

Onde:

v_1, v_2, \dots, v_M são os pesos relativos;

φ = Constante.

Podemos, também, representar a nossa medida global de produção através de uma combinação linear dos *outputs* (Equação 2):

$$y = u_1 y_1 + u_2 y_2 + \dots + u_S y_S$$

Onde u_1, u_2, \dots, u_S são os pesos relativos dos diversos *outputs*.

Igualando a equação 1 à 2, obtemos o seguinte resultado:

$$\frac{\sum_{i=1}^S u_i y_i}{\sum_{i=1}^M v_i x_i} = \varphi$$

Desta forma, quanto maior for o valor de φ , maior será a eficiência. Assim, se pudermos estimar os pesos relativos das equações 1 e 2, poderemos realizar a comparação entre as diversas empresas deste setor através da variável φ (eficiência). Na formulação do modelo DEA-CCR, admite-se que o máximo valor possível φ seja pertencente à unidade mais eficiente, enquanto o mínimo seja zero. Ou seja, não existe a busca por valores absolutos de φ , e sim por valores relativos. Deste modo, a empresa mais eficiente será eleita para servir de comparação, sendo o *benchmarking* do setor. Esta conclusão se deve ao fato que a organização otimizou, da melhor forma entre as empresas do setor, os recursos (*inputs*) para a produção de seus *outputs*.

A empresa que servirá de *benchmark* obterá o máximo valor de φ . Charnes, Cooper e Rhodes (1978) buscam, através de um processo de otimização, determinar os pesos das equações 1 e 2. A seguir, descrevemos o método que foi proposto:

$$\text{Maximize } (h_0) = \frac{\sum_{y=1}^S v_y O_{y0}}{\sum_{x=1}^r u_x I_{x0}}$$

Sujeito às seguintes restrições:

$$\frac{\sum_{y=1}^S v_y O_{yk}}{\sum_{x=1}^r u_x I_{xk}} \leq 1, \text{ para todo } k = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$u_x, v_y \geq 0, \forall x, y$$



Onde:

h_0 = Eficiência relativa à DMU 0;

n = número de unidades (Total de DMUs);

s = número de *outputs*;

r = número de *inputs*;

I_{kx} = Quantidade do *input* x para a DMU k ; $k = 1, 2, \dots, n$;

O_{ky} = Quantidade do *Output* y para a DMU k ; $k = 1, 2, \dots, n$;

u_x = Peso designado ao *input* x ;

v_y = Peso designado ao *output* y .

Assim, o problema é achar os valores das variáveis u_x e v_y , que são os pesos (importância relativa de cada variável), de tal forma que consigamos maximizar a soma ponderada dos *outputs*, dividida pela soma ponderada dos *inputs* da DMU em questão. A restrição existente é que o quociente do nosso *output* virtual e o *input* virtual sejam menor ou igual a 1. Desta forma, as eficiências oscilam entre 0 e 1. Os pesos encontrados são pertinentes à DMU atual. Esta abordagem é repetida para cada DMU existente em nosso sistema, sob o qual encontraremos diferentes valores para u_x e v_y .

Cabe destacar que as empresas líderes, que servem de referência para o *benchmarking*, recebem o valor mais alto (unidade). Pode haver mais de uma empresa com valor unitário. Isto significa que são igualmente eficientes. Ao se agrupar as empresas em ordem decrescente de eficiência, obtemos o *ranking* do setor.

Para isso, é só notar que, para maximizar a nossa função, basta maximizar o numerador e manter o denominador constante. Na prática, forcemos o denominador a possuir valor igual a 100% ou 1. Deste modo, obtém-se o seguinte programa:

$$\text{Maximizar: } h_0 = \sum_{y=1}^s v_y O_{y0};$$

$$\text{sujeito a: } \sum_{x=1}^r u_x I_{x0} = 1;$$

$$\sum_{y=1}^s v_y O_{yk} - \sum_{x=1}^r u_x I_{xk} \leq 0, \quad k = 1, 2, 3, \dots, n;$$

$$u_x, v_y \geq 0, \quad \forall x, y$$

O Modelo CCR também é conhecido como CRS (*Constant Returns to Scale*), segundo a ótica dos multiplicadores. Isto se deve ao fato que crescimentos proporcionais nos *inputs* produzirão crescimentos proporcionais nos *outputs*, bem como decréscimos nos *inputs* terão redução nos *outputs* de forma proporcional.

O **modelo BCC**, também denominado VRS (Variable Returns to Scale), considera que um acréscimo no *input* poderá promover um acréscimo no *output*, não necessariamente proporcional, ou até mesmo um decréscimo. Neste ponto, acreditamos que este modelo seja mais robusto às questões práticas existentes no nosso cotidiano.

O modelo BCC é obtido acrescentando uma restrição que garante que o DMU em análise será comparado com uma combinação convexa dos restantes DMU's, ao invés de uma combinação linear, como era realizado no modelo CCR. É importante citar que os modelos BCC são estruturalmente similares aos modelos CCR. A convexidade reduz o conjunto de possibilidades de produção viável e converte uma tecnologia de retorno de escala constante em uma metodologia de retorno de escala variável.

Os trabalhos que envolvem a análise envoltória de dados não demonstram explicitamente uma atenção na escolha das variáveis que são empregadas neste modelo. De forma geral, a seleção dos parâmetros está calcada na experiência dos profissionais, bem como na intuição em prever qual a variável que mais influi na eficiência de determinada atividade.

Em situações em que o número de variáveis é pequena, contra um número elevado de DMU's, não existe a preocupação de se utilizar um procedimento específico para a seleção das variáveis, haja vista a escassez deste item. Todavia, em situações com elevado número de variáveis, a escolha dos fatores poderá influenciar na construção da fronteira eficiente, e assim influenciar na análise das unidades que serão eficientes/ineficientes.

Em função deste raciocínio, a lista de fatores deve ser a maior possível. É importante citar que determinadas variáveis podem ser **controladas** ou **não controladas** pelas DMU's, como as interferências do governo ou até mesmo fatores ambientais que possam influenciar a análise das DMU's em questão.

A **metodologia I-O Stepwise** para seleção de variáveis se baseia no critério de grau de ajustamento, ou seja, da proximidade existente com a fronteira eficiente. Deste modo, utilizamos este método na escolha dos fatores, ao invés de optarmos pela determinação do analista, no que toca às variáveis mais representativas. O objetivo é incorporar o parâmetro que permite um melhor ajuste das DMU's à fronteira de eficiência.

O primeiro procedimento para a seleção de variáveis, de acordo com o método *Stepwise*, foi realizado por Norman e Stoker, em 1991 (Estellita, 1999). O trabalho de Kittelsen (1993) identifica, de forma mais aplicada, esta metodologia. O método I-O *Stepwise* reconhece que existe uma informação prévia sobre a natureza da variável: *input* ou *output*. Para facilitar o entendimento da metodologia, utilizaremos um pequeno exemplo. Sejam as variáveis x (*input*) e y (*output*) inteiros entre 1 e 10, independentemente distribuídas, que fornecem uma eficiência indicada por y/x . Iremos supor que as variáveis estão relacionadas por uma função do tipo Cobb-Douglas. A partir daí, iremos gerar duas variáveis w e z , que apresentarão correlação 1 e -1 com o score de eficiência encontrado pelas relação y/x .

No que concerne a aplicação da metodologia DEA, no primeiro instante, será necessário escolher a orientação do modelo que deverá ser seguida no estudo de caso. As possibilidades existentes são a orientação *input* (baseado na redução dos insumos utilizados sem alterações nos níveis dos *outputs*) ou baseado na orientação *output* (baseado na maximização do nível de saída sem aumentar o nível atual de nossos *inputs*). Após esta escolha, iremos determinar qual o modelo DEA que é mais adequado ao estudo de caso em questão.

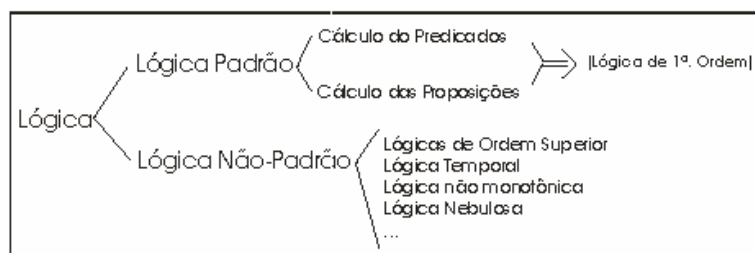
A seleção de variáveis será a próxima etapa. Este item será abordado através de um modelo que busca identificar quais são os fatores que mais influenciam os nossos *outputs*. O método I-O *Stepwise* é uma das formas existentes. Vale ressaltar que a metodologia existente para a aplicação do DEA é flexível. A ordem de execução das etapas do trabalho não precisa ser seguida da forma descrita acima. Existem processos de retroalimentação, onde a resposta obtida em cada modelo poderá ser usada novamente no processo.

3.2. Lógica Fuzzy

A palavra 'lógica' está presente na nossa vida desde muito cedo, mas a sua compreensão, assim como ocorre com muitas outras palavras, e suas respectivas definições sofrem variações à medida que vamos crescendo e observando os diversos campos da ciência. De uma forma sucinta, podemos definir a lógica como a ciência que tem por objetivo o estudo das leis do raciocínio. Ela é um campo da ciência que encontra estudiosos desde a filosofia até a matemática.

Ao longo dos anos, diversos estudos se dedicaram ao estudo da lógica. Alguns autores citam que a lógica contemporânea pode ser dividida em dois grandes grupos: a "matematização" da lógica (atribuída aos trabalhos de Frege e Russel) e o reconhecimento das lógicas não-padrão, extensões da lógica onde se encontra a lógica nebulosa ou lógica Fuzzy ou lógica difusa. A seguir, expomos através de um mapa uma descrição dos tipos de lógica presentes em nosso cotidiano.

Figura 1 – Tipos de Lógica



Atualmente existem diversos campos da natureza e outros eventos em que os fenômenos não ocorrem somente entre dois valores ou dois estados diferentes (lógica binária). A Lógica Fuzzy ou Lógica Nebulosa ou Lógica Difusa foi desenvolvida por Lofti A. Zadeh, originalmente um engenheiro e cientista de sistemas, durante a década de 1960. O artigo publicado pelo autor em 1965, pela Universidade da Califórnia, em Berkeley, revolucionou a lógica com a criação do conceito de sistemas nebulosos.

A motivação para a realização deste artigo era a convicção de Zadeh de que os métodos tradicionais não serviam para lidar com sistemas em que as relações entre variáveis não prestavam para representação em termos de diferenciação. Deste modo, não existiriam somente respostas abruptas como “Verdadeiro e Falso”, permitindo a possibilidade de, teoricamente, as proposições não necessariamente serem “Pretas ou Brancas”, pois muitas vezes vemos em graus de “Cinza”.

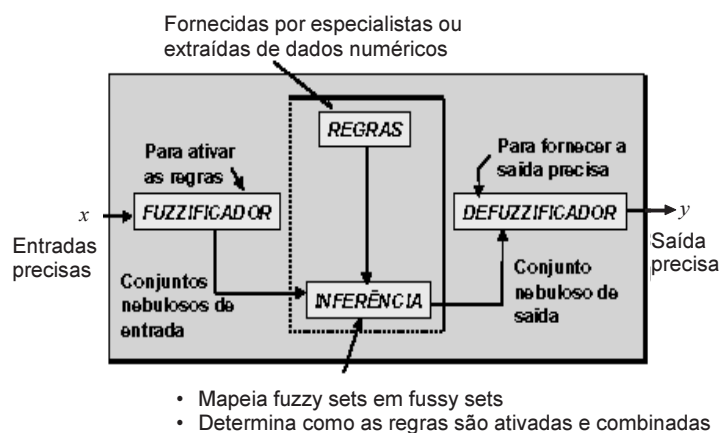
Lofti Zadeh propôs graduar a pertinência de elementos nos conjuntos, ou seja, um elemento pode ser, por exemplo, 20% de um conjunto A e 80% do conjunto A'. Esta nova teoria foi vista, naquela época, por uma parte da comunidade científica, como um “escândalo matemático” e uma forma de pensamento impreciso.

Desta forma, podemos definir a Lógica Fuzzy como a ciência que se preocupa com os princípios formais do raciocínio aproximado. Ela busca modelar os modos imprecisos do raciocínio que têm um papel fundamental na habilidade humana de tomar decisões. Outro conceito muito utilizado na área de inteligência artificial é o de sistemas inteligentes, que podem ser definidos como aqueles sistemas que fornecem respostas na solução de problemas. Tais respostas são apropriadas às situações específicas destes problemas, mesmo que sejam novas ou até mesmo inesperadas. A Lógica Fuzzy se caracteriza como um sistema inteligente, pois incorpora a forma humana de pensar em um sistema de controle.

Devemos alertar que a Lógica Fuzzy não invalida a Teoria das Probabilidades, Lógica Matemática ou Teoria dos Conjuntos, sendo apenas uma poderosa ferramenta que, combinada com as Redes Neurais, Algoritmos Genéticos, Programação Dinâmica, obtém soluções viáveis para questões geralmente intratáveis por técnicas convencionais.

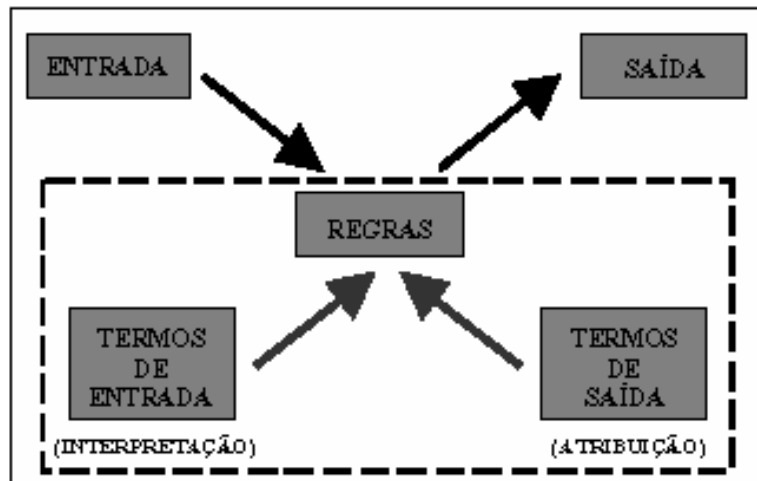
No intuito de demonstrar como o raciocínio da lógica difusa é aplicado aos sistemas Fuzzy, descrevemos uma figura que elucida o funcionamento das variáveis Fuzzy, assim como deverá ser apresentada a sua resposta:

Figura 2 – Sistemas Fuzzy: Funcionamento Prático



A idéia contida na inferência Fuzzy na busca do sistema difuso possui como objetivo primordial interpretar os valores na entrada, e, então, se baseando em algumas regras, atribuir valores para a saída. Identificamos este raciocínio através da figura a seguir.

Figura 3 – Diagrama de Inferência Fuzzy



Para estabelecer um processo de inferência Fuzzy, é necessário estabelecer um conjunto de regras/normas, as quais estarão calcadas numa **Estrutura IF-THEN**, interpretadas pelo sistema. Deve existir uma analogia na forma que estas regras são interpretadas e avaliadas, sendo um dos aspectos vitais dos sistemas de Lógica Fuzzy.

As regras/normas serão de extrema valia. É através delas que serão inseridas no sistema as variáveis e os adjetivos que as descrevem. Para cada caso de variável analisada é estabelecida uma faixa de valores na qual ela é esperada variar, como, também, qual é o significado de cada termo lingüístico.

O modelo desenvolvido neste trabalho para as sociedades seguradoras, entidades de previdência aberta e sociedades de capitalização, no tocante à análise de eficiência, é baseado na Lógica Fuzzy e apresenta na sua composição um conjunto de regras, variáveis lingüísticas, funções de pertinência, método de defuzzificação, agregação e implicação. O sistema de inferência Fuzzy escolhido foi do tipo Mamdani.

Outro ponto a favor da escolha da lógica nebulosa é que a grande parte dos modelos assume hipóteses de linearidade. Entretanto, em algumas situações, os limites para a aproximação linear são violados, resultando numa modelagem imprecisa e resultados práticos deficientes.

A eficiência das seguradoras pode ser medida de várias formas. Entre as informações disponíveis, poderemos utilizar dados contábeis dos balanços das empresas, todos os índices de liquidez, rentabilidade,

endividamento e níveis de atividade existentes para a empresa. A idéia é propor uma metodologia Fuzzy, através da combinação destes índices, que indique um nível de eficiência para a empresa no segmento em que ela atua.

4. Aplicação e resultados

4.1. A metodologia DEA – empresas de previdência aberta

Neste item iremos abordar a eficiência das 12 (doze) maiores empresas da área de previdência aberta presentes no mercado brasileiro, o que representa, em termos médios, 88% do segmento em termos dos prêmios e contribuições auferidos. A abordagem será realizada no período entre 2000 a 2003, sempre de acordo com as informações anuais em 31 de dezembro do respectivo ano.

No tocante às unidades, identificaremos as empresas através de letras. Em função disso, as unidades⁴ foram separadas em A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K e L. Vale citar que também realizamos a identificação das empresas que são pertencentes aos conglomerados bancários ou que possuem atuação exclusivamente na área de seguros. As variáveis⁵ escolhidas para a introdução da metodologia I-O *Stepwise*⁶ foram as seguintes:

- Variáveis de Entrada (*Inputs*):
 - a) Despesas Comerciais;
 - b) Despesas com Benefícios e Resgates;
 - c) Despesas Financeiras;
 - d) Despesas Tributárias.
- Variáveis de Saída (*Outputs*):
 - e) Contribuições e Prêmios;
 - f) Receitas Financeiras;
 - g) Patrimônio Líquido;
 - h) Ativo Total.

Neste segmento não foi possível realizar uma segmentação da variável despesa administrativa, já que a maioria das instituições, no ano 2000, consolidava na própria seguradora as despesas administrativas da área de previdência aberta. É importante realizar uma análise *ex-fato* das variáveis antes da aplicação da metodologia I-O *Stepwise*. No que concerne a variável *input* “Despesas Tributárias”, evidenciamos uma forte correlação com a variável *output* de “Contribuições e Prêmios”. É importante notar que, basicamente, os encargos tributários são calculados em função das receitas auferidas pelas instituições nesta área.

O Patrimônio Líquido (PL) e o Ativo Total apresentaram uma correlação elevada dentro das variáveis *output*, fato este que demonstra uma forte ligação do PL com o crescimento dos ativos. Em função deste fato, não utilizamos a variável PL em nosso modelo.

⁴ A indicação das unidades, em função de letras, foi realizada devido ao caráter estritamente acadêmico deste trabalho.

⁵ As variáveis são pertencentes às demonstrações financeiras das instituições que foram objetos de análise.

⁶ Baseada na Análise de Correlação entre as variáveis.

Aplicamos a metodologia I-O *Stepwise* no intuito de reduzir o número de variáveis, tanto nas variáveis de entrada como nas de saída. É importante citar que esta técnica de seleção de variáveis deve reconhecer antecipadamente se a variável candidata é *input* ou *output*. Efetuamos o teste para o ano de 2000, e, por conseguinte, adotamos as mesmas variáveis para os demais períodos no intuito de manter uma coerência na análise para os demais anos.

O incremento de variáveis reduz a capacidade do DEA discriminar as unidades eficientes das ineficientes. A inclusão de um novo fator não pode acarretar redução na eficiência de qualquer unidade. Em função desse fato, o número de variáveis, bem como a relevância de outras variáveis, podem levar a resultados distintos dos presentes neste trabalho.

Sendo assim, o modelo final apresenta as seguintes variáveis:

- Variáveis de Entrada (*Inputs*):
 - a) Despesas Comerciais;
 - b) Despesas com Benefícios e Resgates;
- Variáveis de Saída (*Outputs*):
 - c) Contribuições e Prêmios;

Antes de realizarmos a modelagem DEA, é necessário determinar a ótica que será utilizada em nosso trabalho. Ou seja, se o interesse é a minimização dos *inputs* (insumos) utilizados, mantendo o nível de *outputs*, ou se desejamos obter o maior nível de *outputs* (produtos/serviços) sem utilizar mais *inputs*. Em nosso caso, optamos pela determinação dos recursos existentes para a obtenção do maior nível possível de *output*. Desta forma, nossa orientação será a maximização do *output*.

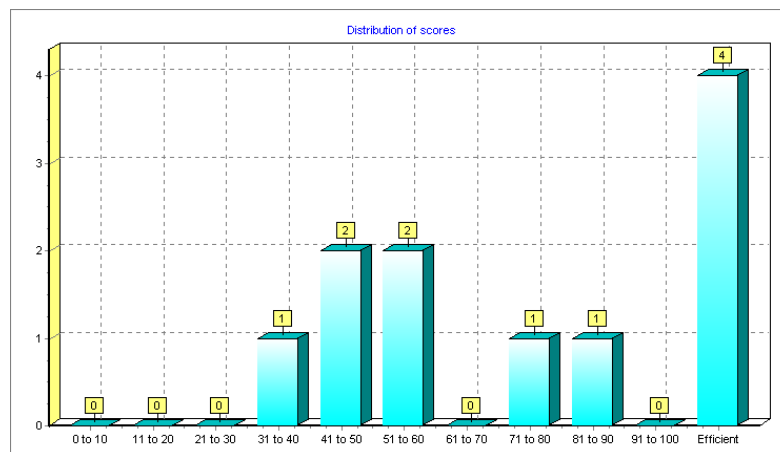
Adotamos o modelo DEA-BCC para o estudo relatado neste trabalho. Tal escolha foi realizada em virtude deste modelo, na nossa opinião, ser mais robusto e geral, privilegiando a análise dos resultados encontrados.

No ano de 2000, das 12 (doze) empresas analisadas, a **unidade E** não foi avaliada, haja vista que somente iniciou suas atividades no ano de 2001. Neste ensaio, apenas 4 (quatro) empresas apresentaram eficiência técnica de 100% (máximo possível), sendo que todas elas eram pertencentes ao segmento bancário (Unidades A, C, D e L). Convém salientar que todas as empresas do setor bancário foram mais eficientes que as não bancárias neste ano, demonstrando a forte sinergia deste segmento com as atividades das instituições financeiras.

As 3 (três) empresas mais ineficientes apresentaram um índice de eficiência técnica inferior a 50%, fato este que evidencia a fragilidade das unidades não bancárias neste segmento.

A seguir, indicamos um gráfico que apresenta as entidades de previdência aberta com seus respectivos scores representando os percentuais de eficiência. É importante notar que a análise é feita de forma comparativa e os percentuais correspondem ao nível de eficiência.

Figura 4 – Mapa de Eficiência das Entidades de Previdência 2000



A metodologia do DEA permite identificar o potencial de aumento dos *outputs* sem mudanças nos *inputs*. A seguir demonstramos, para cada unidade não bancária, o ganho adicional possível para a variável de Contribuições e Prêmios, sem nenhum aumento nos *inputs*:

Figura 5 – Potencial Crescimento das Unidades de Prev. Aberta em 2000

Unidade	Potencial Crescimento
G	210%
I	135%
J	124%
K	94%
H	71%

A seguir repetimos os procedimentos para os anos de 2001 a 2003, sempre obtendo e indicando as empresas com maior e menor nível de eficiência. Assim, descrevemos nossos resultados:

Tabela 2 – Nível de Eficiência das Entidades Abertas de Previdência Privada

Unidade	Tipo	2000	2001	2002	2003	Média
A	Bancária	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
B	Bancária	74,26	87,42	78,38	100,00	85,02
C	Bancária	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
D	Bancária	100,00	89,40	100,00	100,00	97,35
E	Bancária	-	100,00	100,00	77,25	69,31
F	Bancária	84,09	100,00	100,00	100,00	96,02
G	Não Bancária	32,22	100,00	38,91	37,44	52,14
H	Não Bancária	58,32	100,00	100,00	100,00	89,58
I	Não Bancária	42,60	29,55	53,16	49,36	43,67
J	Não Bancária	44,60	33,22	64,39	79,52	55,43
K	Não Bancária	51,67	44,66	53,27	64,21	53,45
L	Bancária	100,00	100,00	69,77	79,52	87,32

4.2. A metodologia DEA – sociedades seguradoras

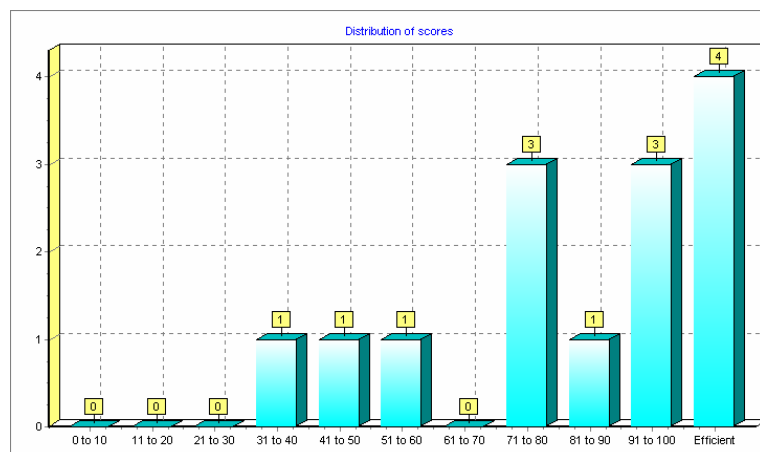
O período de análise do mercado segurador será semelhante ao da previdência privada aberta, ou seja, de 2000 a 2003. No ano de 2000, selecionamos 14 sociedades seguradoras, em ordem decrescente dos prêmios emitidos, as quais representavam 74 % do Mercado Segurador nesta época⁷ em função deste parâmetro. Adotamos o procedimento de considerar as mesmas empresas nas análises subseqüentes do ano 2001 a 2003.

No tocante às unidades, identificaremos as empresas através das letras A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M e N, haja vista o caráter estritamente acadêmico deste trabalho. Dessa amostra, 7 (sete) empresas eram pertencentes aos conglomerados bancários⁸ e as demais não tinham atuação com instituições financeiras que atuavam no varejo.

As variáveis escolhidas para a introdução da metodologia do DEA foram semelhantes às utilizadas para as empresas privadas de previdência aberta, no intuito de manter a mesma coerência de análise, em termos dos parâmetros utilizados. Entretanto, não utilizamos as despesas financeiras como parâmetro em nosso teste, haja vista o resultado financeiro positivo existente nas sociedades seguradoras (confronte entre receitas e despesas financeiras anuais). Dessa forma, as despesas de comercialização e as despesas administrativas são variáveis *input*, enquanto os prêmios recebidos atuarão como a variável *output* de nosso modelo.

No ano de 2000, da nossa amostra de 14 (quatorze) empresas analisadas, somente 3 (três) obtiveram a eficiência máxima de 100%. Todas as que obtiveram este índice eram pertencentes a grandes conglomerados bancários com forte atuação no varejo. No tocante à ineficiência, das 5 (cinco) com piores resultados, 4 (quatro) atuavam de forma independente, sendo que somente uma era relativa ao sistema bancário. Em seguida, descrevemos através de um gráfico o comportamento do nível de eficiência das sociedades seguradoras para o ano de 2000:

Figura 6 – Mapa de Eficiência das Sociedades Seguradora de 2000



⁷ Efetuamos a junção da empresa Sul América Aetna Seguros com a empresa Sul América Cia Nacional de Seguros na empresa Sul América para fins de análise.

⁸ Neste item estão incluídas as empresas que pertencem a conglomerados bancários com atuação forte no varejo e com elevado número de agências bancárias.



No tocante à unidade mais ineficiente (unidade K), seria possível um aumento de até 190% do volume de prêmios em função das despesas comerciais e administrativas apresentadas. É importante descrever que esta empresa foi vendida para um grande grupo internacional no ano seguinte. Caso utilizássemos uma orientação voltada para a redução dos *inputs*, com o nível de prêmios constantes, seria possível uma redução de 62% nas despesas administrativas e comerciais para auferir o mesmo nível de receitas. Este fato demonstra o elevado nível de ineficiência existente nesta empresa.

Após esta etapa, realizamos o mesmo procedimento para os anos de 2001 a 2003, tendo encontrado o seguinte quadro do nível de eficiência das Sociedades Seguradoras:

Tabela 3 - Nível de Eficiência das Sociedades Seguradoras

Unidade	Tipo	2003	2002	2001	2000	Média
A	Não bancária	94,00	100,00	85,00	97,00	94,00
B	Bancária	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
C	Não bancária	100,00	73,00	87,00	90,00	87,50
D	Bancária	91,00	87,00	90,00	89,00	89,25
E	Não bancária	63,00	64,00	74,00	76,00	69,25
F	Bancária	100,00	100,00	100,00	86,00	96,50
G	Bancária	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
H	Bancária	100,00	84,00	100,00	100,00	96,00
I	Bancária	100,00	98,00	100,00	38,00	84,00
J	Não bancária	62,00	58,00	63,00	67,00	62,50
K	Não bancária	78,00	65,00	73,00	27,00	60,75
L	Não bancária	100,00	100,00	99,00	53,00	88,00
M	Não bancária	65,00	100,00	100,00	74,00	84,75
N	Bancária	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00

4.3. A metodologia DEA – sociedades de capitalização

As sociedades de capitalização possuem uma forte ligação com as instituições financeiras em relação aos segmentos descritos anteriormente (Seguros e Previdência Aberta). Na escolha das variáveis que irão ser aplicadas no modelo DEA neste segmento, não foi possível adotar as anteriormente utilizadas nas áreas de previdência e seguros, haja vista a especificidade deste setor. Em função das informações disponíveis, as variáveis escolhidas para a modelagem foram as despesas de títulos e resgates de sorteios e as despesas de comercialização (variáveis *input*) tendo como *output* os prêmios referentes às contribuições.

A amostra escolhida, em termos dos prêmios recebidos pelas contribuições no ano de 2000, representava 99% de todo o mercado de capitalização através de 12 empresas. Todavia, o Bradesco e o BCN (posteriormente adquirido, no ano de 2001, pelo Bradesco) não registravam despesas de comercialização no segmento de capitalização. Vale citar que a Bradesco Capitalização é a segunda maior em termos de prêmio auferidos neste mercado (com aproximadamente 20% do mercado brasileiro).



Em função do fato acima, retiramos a Bradesco Capitalização e a BCN Capitalização da nossa amostra. Com isso, passamos a trabalhar com informações que representam 81% de todo o segmento de Capitalização. Adotamos estas variáveis para a nossa abordagem relativa ao período de 2000 a 2003. No tocante ao ano de 2003, a análise foi referente ao primeiro semestre deste ano (período de janeiro a junho). A seguir, descrevemos os resultados encontrados para o nível de eficiência deste segmento:

Tabela 4 – Nível de Eficiência das Sociedades de Capitalização

Unidade	Tipo	2000	2001	2002	2003	Média
A	Bancário	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
B	Não bancário	53,00	89,00	100,00	100,00	85,50
C	Bancário	100,00	70,00	50,00	100,00	80,00
D	Não bancário	95,00	70,00	85,00	85,00	78,75
E	Bancário	80,00	100,00	100,00	100,00	95,00
F	Não bancário	72,00	----	----	100,00	88,00
G	Bancário	77,00	100,00	58,00	100,00	83,75
H	Bancário	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
I	Não bancário	53,00	100,00	100,00	100,00	88,25
J	Bancário	100,00	62,00	100,00	83,00	86,25

4.4. A metodologia da Lógica Fuzzy – sociedades seguradoras

A idéia básica é a proposição de um conjunto de regras Fuzzy através dos índices baseados em indicadores financeiros, na busca da identificação das organizações mais eficientes em cada setor. Esta abordagem será realizada ao longo de 2000 a 2003. Na construção dos conjuntos nebulosos – referentes aos termos lingüísticos de uma variável Fuzzy – temos extrema flexibilidade na escolha da forma geométrica da função que descreve os vários graus de pertinência dos elementos. A determinação da escolha da função pertinência a ser implementada em qualquer modelagem é uma das etapas mais difíceis do processo. Utilizaremos o método da intuição, onde o analista escolhe as funções de pertinência, assim como os parâmetros básicos, de acordo com sua experiência.

No que concerne aos Números Nebulosos Gaussianos, serão necessários o conhecimento de 2 (dois) parâmetros para a correta identificação de suas curvas. Eles são referentes ao ponto máximo da curva (pertinência igual a unidade) e ao desvio presente em sua distribuição. As variáveis envolvidas na análise de eficiência dos segmentos deste trabalho são aquelas que, direta ou indiretamente, afetam a avaliação da eficiência da empresa. Tendo em vista o grande número de parâmetros envolvidos neste trabalho, propomos a modelagem nebulosa das seguintes variáveis (sob a nossa análise como as mais influentes no comportamento do modelo proposto⁹):

Variáveis Input: Liquidez, Nível de Atividade e Rentabilidade;
Variável Output: Eficiência¹⁰.

⁹ A escolha das variáveis pelo analista é um processo subjetivo, e questionável pelos matemáticos da Lógica Clássica (*Crisp*).

¹⁰ A variável eficiência será definida como um parâmetro que assumirá valores no intervalo [0,1].

A seguir, iremos realizar o ensaio da Lógica Nebulosa para cada segmento específico. É importante citar que as variáveis acima permanecerão as mesmas, contudo podem existir mudanças na forma de cálculo de cada parâmetro apresentado em função do segmento analisado¹¹.

Na escolha das variáveis que serão implementadas no ensaio de Lógica Fuzzy, no segmento de sociedades seguradoras, a definição foi a seguinte¹²:

- **Liquidez** – Será composta pela relação entre o Ativo Circulante e o Passivo Circulante com as Provisões Técnicas;
- **Atividade** – Será a relação entre os Prêmios emitidos pela empresa e o Ativo Total¹³;
- **Rentabilidade** – Será a relação obtida entre o Lucro Líquido da instituição e seu Patrimônio Líquido;
- **Eficiência** – Índice calculado dentro do intervalo [0,1], o qual será resultado das regras Fuzzy aplicado às variáveis *input* propostas em nosso modelo.

A seguir, descrevemos a partição difusa realizada para as sociedades seguradoras, de acordo com os Números Gaussianos (variáveis *input*) e Triangulares (variável *output*) Fuzzy. Vale citar que os números Fuzzy localizados nas extremidades, no que concerne aos Números Triangulares, adotam um formato trapezoidal, já que possuem um nível de pertinência igual a 1 (um) nos extremos (extremamente ruim ou extremamente excelente). Em função dessa característica, somente serão necessários dois parâmetros para a identificação do número Fuzzy deste formato¹⁴.

É importante citar que os parâmetros utilizados na modelagem dos Números Fuzzy entre os anos poderão variar, haja vista as características de fatores externos no segmento analisado, tais como taxas de juros, introdução de novos concorrentes ou até mesmo mudanças na legislação.

Para realizarmos as operações, com o conjunto de regras Fuzzy, é necessário preliminarmente normalizarmos as variáveis Fuzzy envolvidas. Esse processo é caracterizado pela divisão entre o valor da empresa menos o mínimo do índice em cada ano em relação à amplitude total da classe. A partir daí, iremos encontrar todos os nossos resultados no intervalo [0,1], e realizaremos o processo de fuzzificação.

O processo de inferência escolhido em nossos testes foi o modelo proposto por **Mamdani**, sendo a técnica do Centróide adotada como metodologia de defuzzificação de nosso resultado. No que concerne às regras escolhidas em nosso processo de inferência, elaboramos o seguinte raciocínio difuso¹⁵:

¹¹ Em cada segmento serão detalhados os valores específicos de cada variável analisada.

¹² Todas as variáveis foram calculadas em função dos valores presentes nas demonstrações financeiras das instituições, com data-base em 31 de dezembro do respectivo ano.

¹³ Este índice procura exprimir o nível de atividade da empresa, tal como o "giro" nas empresas não financeiras.

¹⁴ Será necessário somente identificar os pontos de pertinência 0 (zero) e 1 (um).

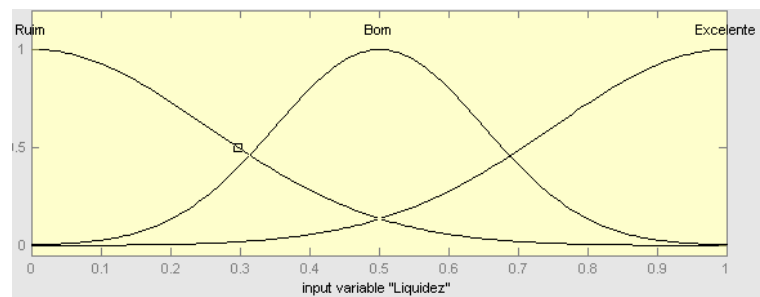
¹⁵ Este procedimento é conhecido na Lógica Nebulosa como *Fuzzy Rules*.

If (Liquidez is Ruim) or (Rentabilidade is Ruim) or (Atividade is Ruim)
Then (Eficiência is Ruim)
If (Rentabilidade is Boa) then (Eficiência is Boa)
If (Liquidez is Excelente) or (Rentabilidade is Excelente) then
(Eficiência is Excelente)
If (Liquidez is Boa) and (Atividade is Boa) then (Eficiência is Boa)

Em função disso, apresentamos o quadro das variáveis Fuzzy existentes nos testes para o segmento das Sociedades Seguradoras:

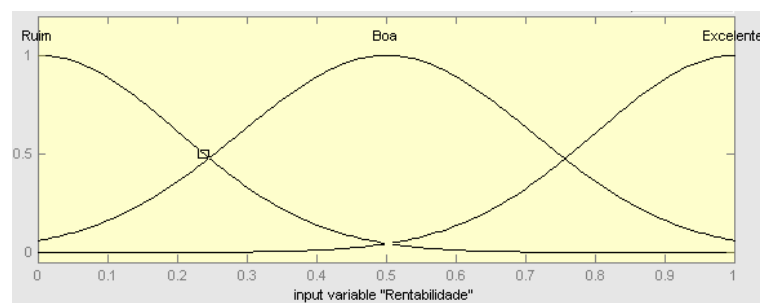
Variável Liquidez

Figura 7 – Variável Fuzzy Liquidez para as Sociedades Seguradoras



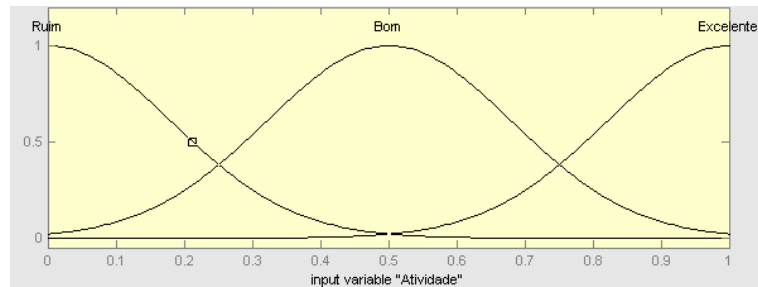
Variável Rentabilidade

Figura 8 – Variável Fuzzy Rentabilidade para as Sociedades Seguradoras



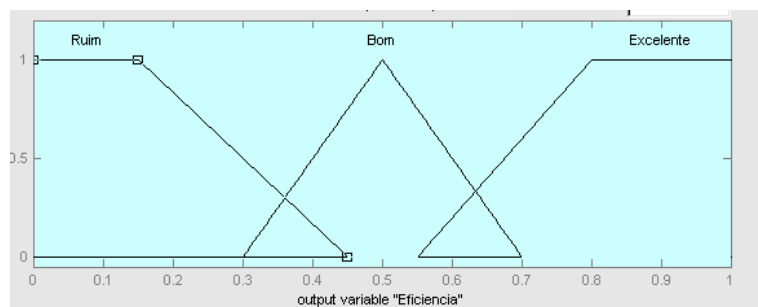
Variável Atividade

Figura 9 – Variável Fuzzy Nível de Atividade para as Sociedades Seguradoras



Variável Eficiência

Figura 10 – Variável Fuzzy Eficiência para as Sociedades Seguradoras



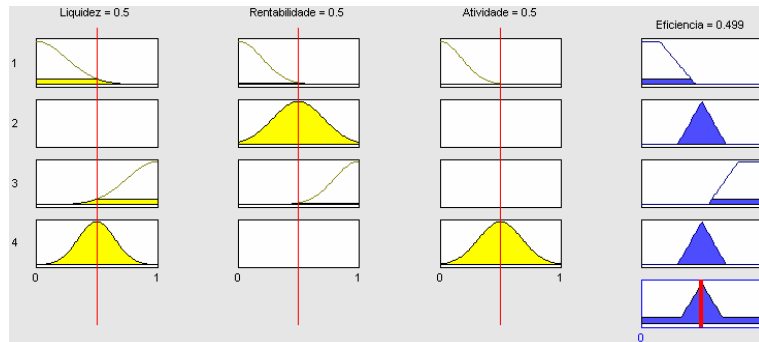
A seguir, descrevemos, através de uma tabela, os parâmetros utilizados para a configuração das variáveis presentes nos testes das sociedades seguradoras. Vale citar que utilizamos o termo GAU para as Gaussianas, TRA para as Trapezoidais e TRI para as Triangulares:

Figura 11 – Partição Difusa realizada para as Sociedades Seguradoras

Variável	Ruim	Boa	Excelente
Liquidez	GAU [0.25 0.0025]	GAU [0.15 0.5]	GAU [0.25 1]
Rentabilidade	GAU [0.2 0.0025]	GAU [0.21 0.5]	GAU [0.2 1]
Atividade	GAU [0.18 0]	GAU [0.18 0.5]	GAU [0.18 1]
Eficiência	TRA [0.15 0.45]	TRI [0.3 0.5 0.7]	TRA [0.55 0.8]

A união das regras propostas, em conjunto com as variáveis Fuzzy, identificou a seguinte configuração para o processo de fuzzificação e defuzzificação:

Figura 12 – Processo de Fuzzificação para as Sociedades Seguradoras



Além disso, em função das regras adotadas, o modelo Fuzzy proposto assume valores de eficiência que se encontrarão somente no intervalo **[0.179 , 0.815]** . Este fato se deve ao processo de defuzzificação do centróide. No intuito de comprovar os parâmetros limitrofes da nossa variável *output*, descrevemos a configuração para os menores¹⁶ e maiores¹⁷ índices para as variáveis de entrada.

Figura 13 – Menor Nível de Eficiência Fuzzy para as Sociedades Seguradoras

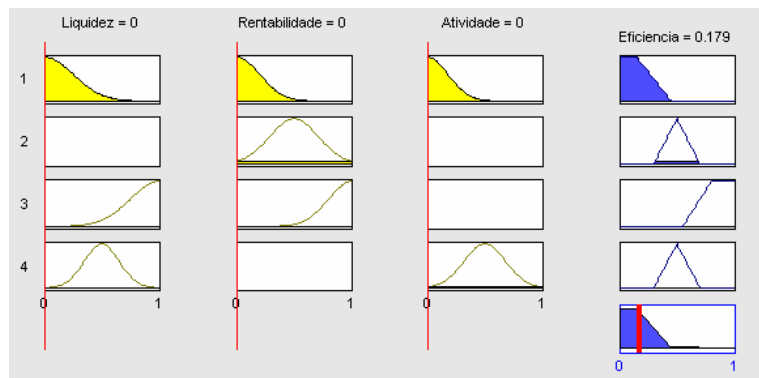
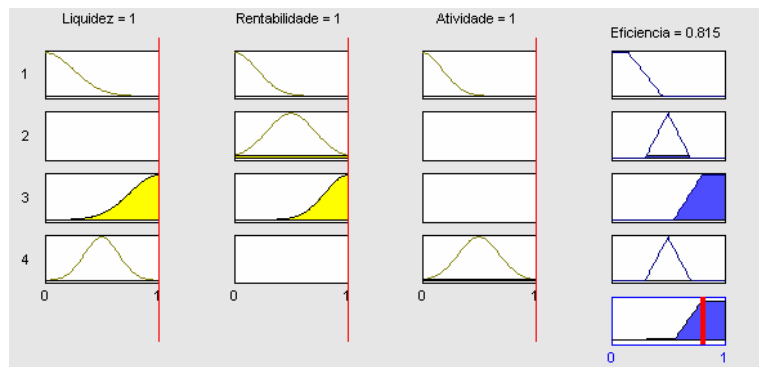


Figura 14 – Maior Nível de Eficiência Fuzzy para as Sociedades Seguradoras



¹⁶ Menor Nível de Entrada compreende o vetor [0,0,0].

¹⁷ Maior Nível de Entrada compreende o vetor [1,1,1].

A identificação da eficiência mínima e máxima será necessária para a transformação dos índices de eficiência encontrados em nosso modelo para a base [0,1], ou seja, converteremos os valores existentes para um nível de eficiência que terá uma amplitude de 0 (zero) até 100%. Depois dessa etapa, efetuaremos um ranking das empresas em ordem decrescente de eficiência.

Além disso, é importante demonstrarmos a relação existente, em função das regras Fuzzy, das variáveis propostas em nosso teste em relação ao *output* presente (Nível de Eficiência). Sendo assim, descrevemos através de gráficos, no espaço R^3 , o comportamento de nossas variáveis de acordo com as regras Fuzzy propostas:

Figura 15 – Comportamento da Liquidez e da Rentabilidade nas Sociedades Seguradoras

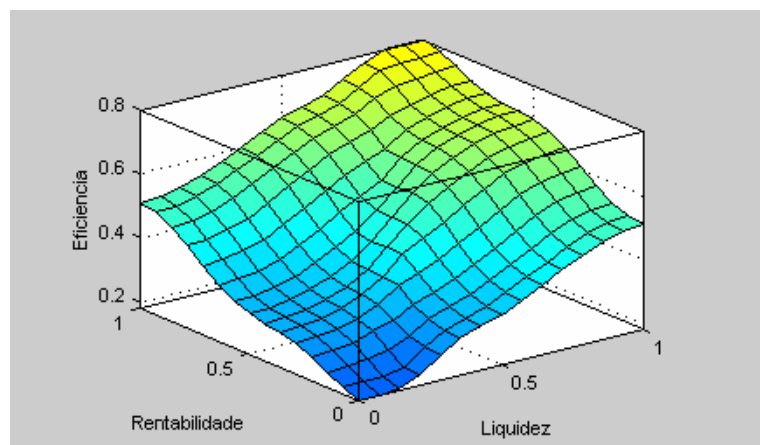


Figura 16 – Comportamento da Liquidez e do Nível de Atividade nas Sociedades Seguradoras

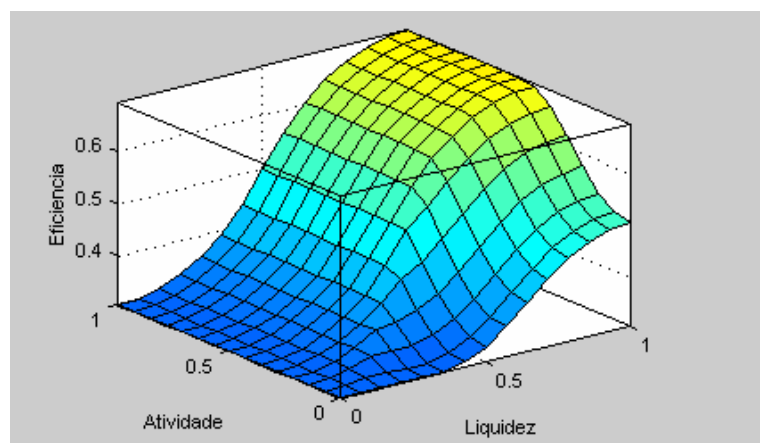
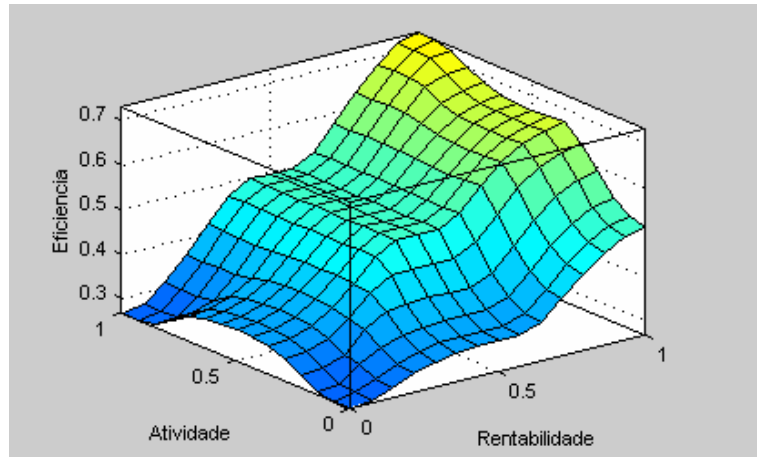


Figura 17 – Comportamento da Rentabilidade e do Nível de Atividade nas Sociedades Seguradoras



A seguir descrevemos, para cada ano, a apresentação das variáveis normalizadas utilizadas na partição difusa, bem como os resultados apresentados para o nível de eficiência de cada unidade e o *ranking* destas unidades em ordem decrescente de eficiência:

Figura 18 – Variáveis Normalizadas e Níveis de Eficiência para as Sociedades Seguradoras em 2000

Unidade	Tipo	Liquidez	Rentabilidade	Atividade	Eficiência	Efic. Base 100	Ranking
C	Não bancária	0,310	0,345	0,170	0,670	77,20%	1
L	Não bancária	0,078	0,743	0,000	0,642	72,80%	2
G	Bancária	0,991	0,460	0,366	0,593	65,09%	3
F	Bancária	0,681	0,547	0,143	0,509	51,89%	4
E	Não bancária	0,868	0,000	0,239	0,491	49,06%	5
J	Não bancária	1,000	0,360	0,014	0,470	45,75%	6
D	Bancária	0,485	1,000	0,220	0,451	42,77%	7
B	Bancária	0,325	0,383	0,131	0,413	36,79%	8
M	Não bancária	0,000	0,468	0,362	0,381	31,76%	9
K	Não bancária	0,680	0,213	1,000	0,368	29,72%	10
A	Não bancária	0,594	0,085	0,268	0,333	24,21%	11
H	Bancária	0,721	0,502	0,482	0,319	22,01%	12
I	Bancária	0,523	0,185	0,396	0,301	19,18%	13
N	Bancária	0,087	0,289	0,199	0,281	16,04%	14

Figura 19 – Variáveis Normalizadas e Níveis de Eficiência para as Sociedades Seguradoras em 2001

Unidade	Tipo	Liquidez	Rentabilidade	Atividade	Eficiência	Efic. Base 100	Ranking
A	Não bancária	0,392	0,162	0,236	0,295	18,24%	14
B	Bancária	0,445	0,756	0,000	0,421	38,05%	7
C	Não bancária	0,941	0,392	0,333	0,652	74,37%	3
D	Bancária	0,542	0,421	0,185	0,400	34,75%	9
E	Não bancária	0,787	0,106	0,175	0,476	46,70%	6
F	Bancária	1,000	0,257	0,058	0,512	52,36%	5
G	Bancária	0,122	1,000	0,097	0,522	53,93%	4
H	Bancária	0,313	0,592	0,130	0,355	27,67%	11
I	Bancária	0,000	0,490	0,325	0,305	19,81%	13
J	Não bancária	0,771	0,574	1,000	0,670	77,20%	2
K	Não bancária	0,673	0,000	0,350	0,410	36,32%	8
L	Não bancária	0,877	0,681	0,545	0,706	82,86%	1
M	Não bancária	0,591	0,122	0,329	0,385	32,39%	10
N	Bancária	0,384	0,228	0,230	0,333	24,21%	12



Figura 20 – Variáveis Normalizadas e Níveis de Eficiência para as Sociedades Seguradoras em 2002

Unidade	Tipo	Liquidez	Rentabilidade	Atividade	Eficiência	Efic. Base 100	Ranking
A	Não bancária	0,144	0,000	0,266	0,181	0,31%	14
B	Bancária	0,320	0,817	0,000	0,456	43,55%	7
C	Não bancária	0,842	0,580	0,526	0,690	80,35%	2
D	Bancária	0,677	0,523	0,156	0,455	43,40%	8
E	Não bancária	0,399	0,129	0,264	0,297	18,55%	12
F	Bancária	0,998	0,544	0,178	0,554	58,96%	5
G	Bancária	0,000	0,895	0,125	0,491	49,06%	6
H	Bancária	0,057	0,580	0,197	0,330	23,74%	10
I	Bancária	0,421	1,000	0,585	0,635	71,70%	4
J	Não bancária	0,818	0,520	1,000	0,677	78,30%	3
K	Não bancária	0,384	0,138	0,627	0,321	22,33%	11
L	Não bancária	1,000	0,682	0,937	0,718	84,75%	1
M	Não bancária	0,518	0,015	0,579	0,279	15,72%	13
N	Bancária	0,258	0,526	0,436	0,356	27,83%	9

Figura 21 – Variáveis Normalizadas e Níveis de Eficiência para as Sociedades Seguradoras em 2003

Unidade	Tipo	Liquidez	Rentabilidade	Atividade	Eficiência	Efic. Base 100	Ranking
A	Não bancária	0,000	0,086	0,333	0,203	3,77%	13
B	Bancária	0,193	0,275	0,000	0,275	15,09%	11
C	Não bancária	0,488	0,340	0,534	0,458	43,87%	5
D	Bancária	0,249	0,450	0,083	0,307	20,13%	8
E	Não bancária	0,387	0,089	0,451	0,311	20,75%	6
F	Bancária	1,000	0,269	0,250	0,599	66,04%	1
G	Bancária	0,117	0,475	0,719	0,310	20,60%	7
H	Bancária	0,002	0,375	0,640	0,291	17,61%	9
I	Bancária	0,124	1,000	0,617	0,522	53,93%	2
J	Não bancária	0,620	0,310	1,000	0,503	50,94%	3
K	Não bancária	0,277	0,181	0,675	0,281	16,04%	10
L	Não bancária	0,554	0,351	0,760	0,495	49,69%	4
M	Não bancária	0,106	0,000	0,609	0,180	0,16%	14
N	Bancária	0,040	0,238	0,538	0,262	13,05%	12

4.5. A metodologia da Lógica Fuzzy – entidades abertas de previdência privada

A metodologia realizada neste segmento foi bem similar ao descrito anteriormente para as sociedades Seguradoras. Os resultados apurados para este segmento estão descritos abaixo:

Ano 2000

Figura 22 – Variáveis Normalizadas e Níveis de Eficiência para as Ent. Ab. de Prev. Privada em 2000

Unidade	Tipo	Liquidez	Rentabilidade	Atividade	Eficiência	Efic. Base 100	Ranking
A	Bancária	0,396	0,713	0,034	0,348	32,19%	6
B	Bancária	0,480	0,589	0,104	0,378	36,03%	5
C	Bancária	0,637	1,000	0,082	0,581	62,00%	3
D	Bancária	0,125	0,563	0,067	0,194	12,49%	7
G	Não Bancária	1,000	0,086	0,106	0,571	60,72%	4
H	Não Bancária	0,601	0,000	0,000	0,105	1,10%	8
I	Não Bancária	0,000	0,000	0,136	0,096	0,00%	9
J	Não Bancária	1,000	0,264	1,000	0,739	82,22%	1
K	Não Bancária	0,792	0,601	0,258	0,660	72,11%	2

Ano 2001

Figura 23 – Variáveis Normalizadas e Níveis de Eficiência para as Ent. Ab. de Prev. Privada em 2001

Unidade	Tipo	Liquidez	Rentabilidade	Atividade	Eficiência	Efic. Base 100	Ranking
A	Bancária	0,355	0,983	0,051	0,562	59,57%	3
B	Bancária	0,354	0,678	0,188	0,426	42,17%	5
C	Bancária	0,469	0,227	0,045	0,219	15,69%	6
D	Bancária	0,000	0,650	0,053	0,187	11,59%	7
G	Não Bancária	1,000	0,045	0,097	0,561	59,44%	4
H	Não Bancária	0,500	0,000	0,000	0,099	0,37%	8
I	Não Bancária	0,010	0,000	0,081	0,099	0,33%	9
J	Não Bancária	1,000	0,420	1,000	0,861	97,82%	1
K	Não Bancária	0,643	1,000	0,177	0,715	79,15%	2

Ano 2002

Figura 24 – Variáveis Normalizadas e Níveis de Eficiência para as Ent. Ab. de Prev. Privada em 2002

Unidade	Tipo	Liquidez	Rentabilidade	Atividade	Eficiência	Efic. Base 100	Ranking
A	Bancária	0,669	1,000	0,338	0,853	96,80%	2
B	Bancária	0,521	0,511	0,326	0,497	51,25%	7
C	Bancária	0,816	0,339	0,521	0,641	69,68%	3
D	Bancária	0,186	0,779	0,000	0,393	37,95%	8
G	Não Bancária	1,000	0,081	0,424	0,568	60,34%	4
H	Não Bancária	0,928	0,000	0,097	0,536	56,24%	6
I	Não Bancária	0,000	0,000	0,200	0,097	0,04%	9
J	Não Bancária	0,881	0,000	1,000	0,557	58,93%	5
K	Não Bancária	1,000	0,840	0,750	0,874	99,49%	1

Ano 2003

Figura 25 – Variáveis Normalizadas e Níveis de Eficiência para as Ent. Ab. de Prev. Privada em 2003

Unidade	Tipo	Liquidez	Rentabilidade	Atividade	Eficiência	Efic. Base 100	Ranking
A	Bancária	0,652	0,515	0,208	0,525	54,84%	5
B	Bancária	0,690	0,658	0,581	0,619	66,86%	4
C	Bancária	0,704	1,000	1,000	0,856	97,19%	1
D	Bancária	0,000	0,835	0,168	0,471	47,93%	6
G	Não Bancária	1,000	0,184	0,376	0,637	69,17%	3
H	Não Bancária	0,368	0,000	0,179	0,099	0,36%	8
I	Não Bancária	0,001	0,000	0,000	0,096	0,00%	9
J	Não Bancária	0,576	0,204	0,670	0,434	43,19%	7
K	Não Bancária	1,000	0,555	0,419	0,820	92,58%	2

4.6. A metodologia da Lógica Fuzzy – sociedades de capitalização

Descrevemos os resultados presentes para as entidades de sociedade de capitalização, no que concerne ao ensaio de eficiência de lógica nebulosa ao longo do período de 2000 a 2003:

Ano 2000

Figura 26 – Variáveis Normalizadas e Níveis de Eficiência para as Sociedades de Capitalização em 2000

Unidade	Tipo	Liquidez	Rentabilidade	Atividade	Eficiência	Efic. Base 100	Ranking
A	Bancária	0,396	0,713	0,034	0,348	32,19%	6
B	Bancária	0,480	0,589	0,104	0,378	36,03%	5
C	Bancária	0,637	1,000	0,082	0,581	62,00%	3
D	Bancária	0,125	0,563	0,067	0,194	12,49%	7
G	Não Bancária	1,000	0,086	0,106	0,571	60,72%	4
H	Não Bancária	0,601	0,000	0,000	0,105	1,10%	8
I	Não Bancária	0,000	0,000	0,136	0,096	0,00%	9
J	Não Bancária	1,000	0,264	1,000	0,739	82,22%	1
K	Não Bancária	0,792	0,601	0,258	0,660	72,11%	2

Ano 2001

Figura 27 – Variáveis Normalizadas e Níveis de Eficiência para as Sociedades de Capitalização em 2001

Unidade	Nome	Liquidez	Rentabilidade	Atividade	Eficiência	Efic. Base 100	Ranking
A	Bancária	0,538	1,000	0,106	0,768	86,05%	6
B	Não Bancária	1,000	0,881	0,150	0,863	97,99%	3
C	Bancária	0,783	1,000	0,192	0,874	99,37%	2
D	Não Bancária	0,655	1,000	0,148	0,857	97,24%	4
E	Bancária	0,764	0,332	0,000	0,459	47,22%	8
F	Não Bancária	1,000	0,635	0,350	0,846	95,85%	5
G	Bancária	0,766	0,847	0,120	0,704	78,01%	7
H	Bancária	1,000	1,000	0,586	0,879	100,00%	1
I	Não Bancária	0,388	0,578	0,282	0,357	34,40%	9
J	Bancária	0,885	1,000	1,000	0,874	99,37%	2



Ano 2002

Figura 28 – Variáveis Normalizadas e Níveis de Eficiência para as Sociedades de Capitalização em 2002

Unidade	Nome	Liquidez	Rentabilidade	Atividade	Eficiência	Efic. Base 100	Ranking
A	Bancária	0,224	1,000	0,089	0,646	70,72%	6
B	Não Bancária	0,935	0,975	0,173	0,873	99,25%	2
C	Bancária	0,470	1,000	0,000	0,559	59,78%	8
D	Não Bancária	0,635	1,000	0,128	0,828	93,59%	5
E	Bancária	0,706	0,308	0,063	0,46	47,34%	9
F	Não Bancária	1,000	0,646	0,411	0,85	96,36%	3
G	Bancária	0,814	1,000	0,140	0,848	96,10%	4
H	Bancária	1,000	1,000	1,000	0,879	100,00%	1
I	Não Bancária	0,400	0,685	0,455	0,452	46,34%	10
J	Bancária	0,686	0,454	0,265	0,594	64,18%	7

5. Conclusão

A estabilidade econômica, iniciada a partir da implementação do Plano Real (1994), e a retomada do crescimento econômico, a partir do ano de 2003, parecem marcar o curso da economia ao longo dos próximos anos. Este cenário influenciará fortemente, de forma positiva, o mercado de seguros. O volume de operações nesta área em relação ao PIB ainda se mostra distante dos níveis já atingidos por diversos países com estrutura econômica inferior à do Brasil.

O alargamento da base de segurados, com forte ênfase no setor de seguros em massa, parece ser uma das chaves para o sucesso na próxima década neste setor. Evidenciamos tal fato através de nossos resultados, que indicaram uma forte economia de escala para os maiores dos segmentos analisados, bem como um elevado nível de eficiência técnica através da modelagem do Data Envelopment Analysis (DEA).

No tocante à análise da eficiência das sociedades seguradoras e empresas abertas de previdência privada, de acordo com a metodologia DEA, evidenciamos que as empresas menos eficientes não pertenciam a conglomerados financeiros, ou seja, as que atuam com grandes bancos comerciais e possuem uma rede de varejo forte apresentam resultados favoráveis frente às que atuam exclusivamente no mercado de previdência e seguros.

Este ponto é importante para indicar que as instituições neste segmento apresentam uma forte vantagem competitiva em função deste fato. Desta forma, acreditamos que uma maior capilaridade pode contribuir fortemente para que uma empresa apresente desempenho eficiente.

As razões desta vantagem repousam na facilidade do contato com o cliente, pois as grandes instituições financeiras de varejo já possuem informações/cadastros completos de seus correntistas, facilitando a prospecção de novos clientes, como também no fato de as agências atuarem como canal de distribuição para vender seus produtos no ramo de previdência.

É importante ressaltar que no aspecto de despesas administrativas, o mesmo empregado de um banco pode estar alocado para vender produtos da seguradora a qual está vinculado. Todavia, o seu salário é totalmente contabilizado na instituição financeira, fato este que reduz muito o item de despesas administrativas de certas seguradoras (pontos outliers). Estes fatos podem explicar como determinadas unidades apresentam alguns pontos fora da média.

Em relação ao mercado internacional, o Brasil apresenta um quadro bem diferente, já que no exterior as grandes seguradoras não fazem parte dos grandes bancos e, em muitos países, a venda via rede bancária não é usual (venda casada às vezes é até proibida).

No que concerne às sociedades de capitalização, o efeito da empresa ser integrante de conglomerado financeiro não foi tão relevante como nos demais setores analisados, de acordo com a metodologia DEA. Sob a nossa análise, este segmento não possui uma relação com os setores de seguros e previdência, sendo a sua essência muito mais ligada a indústria de investimentos e fundos de investimento.

Vale informar que o fato de uma empresa possuir produtividade relativa igual a um (100%) na metodologia DEA somente é válido dentro do conjunto de *inputs* e *outputs* analisado. Desta forma, não é possível avaliarmos se no sistema global aquele número permanecerá constante. Este fator também é aplicado à técnica da Lógica Fuzzy, haja vista que nossos parâmetros foram escolhidos de acordo com a amostra de unidades realizadas em nossos testes.

A entrada ou retirada de uma ou mais unidades no conjunto de *inputs* e *outputs*, tanto na metodologia do DEA ou da lógica nebulosa, altera os valores da produtividade relativa para todas as unidades que estão sendo avaliadas, ou seja, teremos elevadas flutuações se alterarmos as condições de contorno, ou até mesmo, realizando um redimensionamento das variáveis presentes em nossos ensaios.

Este indicativo faz com que o DEA constitua um modelo aberto, dinâmico, em sintonia com os estudos de *benchmarking* existentes no nosso cotidiano. Outro ponto que pode ser aplicado nos estudos com a metodologia DEA é a utilização de variáveis não financeiras, como número de corretores (força de vendas), informações geográficas (áreas com maior influência de cada seguradora), que poderiam melhorar a análise da fronteira eficiente.

Os ensaios de Lógica Fuzzy, na análise de eficiência das Sociedades Seguradoras, não foram convergentes no ano de 2000 e 2001, sendo que a partir de 2002, e, principalmente em 2003, apresentaram respostas bem semelhantes ao método do DEA. A divergência apresentada pode ter ocorrido em função de parâmetros contábeis presentes nos balanços das Sociedades Seguradoras, tais como registro de ativos em longo e curto prazos, e até mesmo a marcação a mercado dos títulos públicos.

Os resultados obtidos nos testes de lógica nebulosa no segmento das Entidades Abertas de Previdência Privada apresentaram um comportamento semelhante aos ensaios da Lógica Fuzzy para as Sociedades Seguradoras. A convergência dos valores calculados em nosso modelo foram semelhantes nos anos de 2002 e 2003, sendo que no biênio 2000/2001 somente as empresas ineficientes apresentaram resultados bem próximos.

Nos ensaios de lógica nebulosa, no que tange às Sociedades de Capitalização, os resultados foram bem próximos àqueles indicados nos estudos através do DEA. No ano de 2001 a 2003, o nível de eficiência das empresas ligadas às instituições financeiras aumentou no contexto de nossa amostra. É importante citar que, de acordo com nossos estudos, nos testes do DEA e de Fuzzy a empresa com pior desempenho não pertencia ao segmento bancário.

Assim, entendemos que a parceria com instituições financeiras ou a criação de um banco de varejo devem ser consideradas como estratégica para a sobrevivência dessas empresas *vis-à-vis* a competitividade cada vez mais feroz, ao ambiente profundamente *darwinista*, onde quem sobrevive não é o mais forte, mas aquela com maior capacidade de adaptação.

Vale citar que no último biênio (2003/2004) pelo menos quatro seguradoras estrangeiras que operavam na área de previdência venderam suas carteiras e deixaram o país. Um argumento defendido por seus executivos é a constatação da necessidade de escala e a dificuldade de concorrer com as seguradoras ligadas aos grandes bancos de varejo.

É importante citar que é de se esperar, cada vez mais, perante a sociedade brasileira, a utilização do seguro como instrumento de proteção patrimonial e de segurança familiar. Este fato faz com que os produtos ligados à previdência sejam cada vez mais procurados pelos indivíduos de nossa sociedade. Além disso, é preciso ressaltar o papel das sociedades seguradoras e das entidades privadas de previdência aberta como investidores de longo prazo. Isto é de suma importância para elevar o nível de poupança de nossa economia, fato este de vital importância para o crescimento econômico do nosso país.

O Brasil, apesar de uma das piores distribuições de renda no mundo, já apresenta, no ano de 2005, padrões de consumo de massa em diversos segmentos. Podemos citar a existência de 75 milhões de linhas de celulares, assim como o uso intensivo do cartão de crédito por grande parte da população. Os planos de previdência, apesar do crescimento exponencial nos últimos anos, devem ainda possuir um desempenho excelente nos próximos, haja vista a introdução das classes menos privilegiadas economicamente no consumo destes produtos.

No segmento de capitalização, evidenciamos a venda de produtos premiáveis associados aos títulos de capitalização, buscando explorar o interesse lúdico dos brasileiros. Entretanto, devemos destacar a baixa rentabilidade obtida por este produto frente a aplicações em títulos públicos ou fundos de renda fixa.

As novas perspectivas de expansão abertas para o mercado segurador, de previdência aberta e de capitalização devem impor à comunidade uma revolução na busca de novos clientes, principalmente os da classe média e baixa. Este será o caminho a percorrer, se o objetivo for inscrever o segmento no clube de mercados mais desenvolvidos do mundo, ainda nos primeiros quinze anos do século XXI.

6. Bibliografia

- AMIUNE, A. C. **Avaliação de alocação de ativos aplicada a entidades abertas de previdência privada, sociedades seguradoras e de capitalização**. 2003. 105 p. Dissertação (Mestrado)-COPPEAD, UFRJ, Rio de Janeiro, 2003.
- ANDERSEN, P., PETERSEN, N.C. A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis. **Management Science**, v. 39, n. 10, p.1261-1264, 1993.
- ÂNGULO, Lidia Meza. **Data envelopment analysis (DEA) na determinação da eficiência dos programas de pós-graduação do COPPE/UFRJ**. 1998. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção)- COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1998.
- BANKER, R., CHARNERS, A., COOPER, W. Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. **Management Science**, v. 30, p.1078-1092, 1984.
- BIONDI, L. N. **Neuro-Dea: nova metodologia para determinação da eficiência relativa de unidades tomadoras de decisão**. 2002. Tese (Doutorado)- COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2002.
- CAMARGOS, F. L. **Lógica nebulosa: uma abordagem filosófica e aplicada**. Santa Catarina, 2001. Departamento de Informática e Estatística da Universidade Federal de Santa Catarina.
- CATELLI, A. (Coord.). **Controladoria: uma abordagem da gestão econômica**. São Paulo: Atlas, 1999.
- CHARNES, A.; COOPER, W. W.; RHODES, E. Measuring the efficiency of decision making units. **European Journal of Operational Research**, n. 2, p. 429-444, 1978.
- CHEN, Tser-Yieth. A measuring of bank efficiency, ownership and productivity changes in taiwan. **The service industries journal**, v. 20, n.1, p. 95, 2000.
- COELLI, T.; PRASADA RAO, D.S.; BATTESE, G. E. **An introduction to efficiency and productivity analysis**. Boston, Kluwer: Academic Publishers, 1998.
- LINS, Estelita; M., ÂNGULO, L. M. **Data envelopment analysis**. Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, 1999. Notas de Aula.
- FARREL, M. J. The measurement of productive efficiency. **Journal of the Royal Statistical Society**. 120, part 3, p. 253-281, 1957.
- KASSAI, S. **Utilização da análise envoltória de dados (DEA) na análise das demonstrações contábeis**, 2002. Tese (Doutorado)- USP, São Paulo, 2002.
- KITTELSEN, S.A.C.; DEA, Stepwise. **Choosing variables for measuring technical efficiency in norwegian electricity distribution**. foundation for research in economics and business administration. Oslo, Norway, 1993.
- ROLL, Y.; COOK, W.; GOLANY, B. Controlling factor weights in DEA. **IEEE Transactions**, 23, p. 2-9, 1991.
- SILVA, A. C. M. **Análise da eficiência das instituições financeiras brasileiras, segundo a metodologia do data envelopment analysis (DEA)**, 2000. Dissertação (Mestrado)- Instituto de Pós-Graduação em Administração da UFRJ, Rio de Janeiro, 2000.
- ZHU, J. DEA with preference structure. **Journal of the operational research society**, 47, p.136-150, 1996.