Revista Brasileira de
Risco e Seguro

Uma Abordagem para Avaliação de Provisões de Sinistros

Eduardo Fraga L. de Melo
CPES – Centro de Pesquisa e Economia do Seguro/Funenseg. Instituto de Matemática e Estatística, UERJ.
CEPAR – Centro de Pesquisa Aplicada em Riscos. Superintendência de Seguros Privados – SUSEP
eduardoflm@yahoo.com.br

Marcos A. S. Peres
Funenseg – Escola Nacional de Seguros. Superintendência de Seguros Privados – SUSEP
simoesperes@gmail.com

Mariana A. B. de Melo
Pontifícia Universidade Católica – PUC-RJ. Superintendência de Seguros Privados – SUSEP
mariarozo@gmail.com

César da R. Neves
CPES – Centro de Pesquisa e Economia do Seguro/Funenseg. Instituto de Matemática e Estatística, UERJ.
CEPAR – Centro de Pesquisa Aplicada em Riscos. Superintendência de Seguros Privados – SUSEP
cesar@ime.uerj.br

Resumo

Neste artigo apresentamos uma abordagem para avaliação de provisões de sinistros. De acordo com princípios internacionais de supervisão de solvência, as provisões de sinistros devem equivaler à média, ponderada pela probabilidade, dos valores presentes dos fluxos de caixa associados com o cumprimento das obrigações. Em outras palavras, este é o valor esperado e é comumente chamado de "estimativa corrente do custo para cumprimento das obrigações securitárias". Neste ambiente desafiador para verificação do valor provisionado, a abordagem proposta neste artigo é eficiente, uma vez que produz sinalizações antecipadas de provisões de sinistros calculadas com valor supostamente equivocado. Para isto, são usados intervalos de confiança para a estimativa das provisões. A metodologia utilizada pode indicar a necessidade de investigações mais profundas a respeito do valor atribuído como provisão técnica. Com base em dados hipotéticos da companhia sob análise, a estimativa corrente e uma aproximação de seu intervalo de confiança são derivadas analiticamente por meio de modelos lineares generalizados. A vantagem no uso de soluções analíticas está na facilidade de implantação. Especificamente, nossa metodologia utiliza estimativas iniciais dos sinistros finais no preditor linear (inspirado no modelo de Bornhuetter-Ferguson), a fim de trazer estabilidade aos resultados para pequenas carteiras, embora a abordagem seja bastante flexível quanto à estrutura do preditor.

Palavras-Chave

Provisões técnicas, IBNR, modelos lineares.

Sumário

Abstract

An Approach to Evaluating Claims Provisions

Eduardo Fraga L. de Melo
CPES – Centre for Research on Insurance Economics/Funenseg. Institute of Mathematics and Statistics, UERJ. CEPAR – Center for Applied Research on Risks. Superintendency of Private Insurance – SUSEP
eduardoflm@yahoo.com.br

Marcos A. S. Peres
Funenseg – Brazilian School of Insurance. Superintendency of Private Insurance – SUSEP
simoesperes@gmail.com

Mariana A. B. de Melo
Pontifical Catholic University – PUC-RJ. Superintendency of Private Insurance – SUSEP
mariarozo@gmail.com

César da R. Neves
CPES – Centre for Research on Insurance Economics/Funenseg. Institute of Mathematics and Statistics, UERJ. CEPAR – Center for Applied Research on Risks. Superintendency of Private Insurance – SUSEP
cesar@ime.uerj.br

Summary

In this paper we present an approach to assessing claims provisions. In accordance with international principles of solvency supervision, the provisions for claims must be equal to the average, weighted by the probability, of the present values of the cash flows associated with the fulfillment of the obligations. In other words, this is the expected value and is commonly called the "current estimate of cost to meet security obligations". In this challenging environment to verify the provisioned amount, the approach proposed in this article is efficient, since it produces early signs of claims provisions calculated with a supposedly erroneous value. For this, confidence intervals are used to estimate the provisions. The methodology used may indicate the need for more in-depth investigations of the value assigned as a technical provision. Based on hypothetical data from the company under analysis, the current estimate and an approximation of its confidence interval are analytically derived by generalized linear models. The advantage of using analytical solutions lies in its ease of deployment. Specifically, our methodology uses initial estimates of the final claims in the linear predictor (inspired by the Bornhuetter-Ferguson model), in order to bring stability to the results for small portfolios, although the approach is quite flexible regarding the predictor structure.

Key Words

Technical provisions, IBNR, linear models.

Contents

Sinopsis

Un enfoque para la evaluación de reclamaciones de siniestros.

Eduardo Fraga L. de Melo
CPES – Centro de Investigación y Economía de Seguros/Funenseg. Instituto de Matemáticas y Estadística, UERJ. CEPAR – Centro de Investigación Aplicada a los Riesgos. Superintendencia de Seguros Privados (SUSEP)
eduardoflm@Yahoo.com.br

Marcos A. S. Peres
Funenseg – Escuela Nacional de Seguros. Superintendencia de Seguros Privados (SUSEP)
simoesperes@gmail.com

Mariana A. B. de Melo
Pontificia Universidad Católica, PUC-RJ. Superintendencia de Seguros Privados (SUSEP)
mariarozo@gmail.com

César da R. Neves
CPES – Centro de Investigación y Economía de Seguros/Funenseg. Instituto de Matemáticas y Estadística, UERJ. CEPAR – Centro de Investigación Aplicada sobre los Riesgos. Superintendencia de Seguros Privados (SUSEP)
cesar@ime.uerj.br

Resumen

En este artículo presentamos un enfoque hacia la evaluación de las disposiciones demandadas. De acuerdo a los principios internacionales de supervisión, las disposiciones de solvencia en reclamaciones serán equivalentes al promedio, ponderado por la probabilidad de los valores presentes en los flujos de efectivo asociados con el cumplimiento. En otras palabras, esto es el valor esperado y es comúnmente llamado "actual presupuesto para cumplimiento de normas de seguridad. En este entorno desafiante para la verificación del valor provisionado, el enfoque propuesto en este trabajo es eficaz, ya que produce señales tempranas de los reclamos con valor supuestamente calculado equivocadamente. Para ello, se utilizan intervalos de confianza para calcular las provisiones. La metodología utilizada puede indicar la necesidad de investigaciones más profundas sobre el valor asignado como prestación técnica. Basándose en datos hipotéticos de la empresa bajo prueba, la estimación actual y una aproximación de su intervalo de confianza se derivan analíticamente mediante modelos lineales generalizados. La ventaja en el uso de soluciones analíticas es la facilidad de implementación. Específicamente, nuestra metodología utiliza las estimaciones iniciales de las reclamaciones de finales en el predictor lineal (inspirado en el modelo de Bornhuetter-Ferguson) con el fin de dar estabilidad a los resultados para pequeñas carteras, aunque el enfoque es bastante flexible en cuanto a la estructura de la quiniela.

Palabras-Clave

Modelos lineales de las provisiones técnicas, IBNR.

Sumario

1. Introducción. 2. restricciones en suministro de verificación de reclamaciones a través de pruebas recursivas. 3. metodología. 4. aplicar los datos hipotéticos. 5. finales consideraciones. 6. Referencias Bibliográficas. 7. Apéndice.

1. Introdução

Avaliação de provisões técnicas em um ambiente de regulação baseada em princípios é uma tarefa bastante desafiadora que deve ser realizada de forma rotineira (ver Bruning, 2006). De acordo com princípios modernos de supervisão de seguros[1], por exemplo aqueles publicados em IAIS (2015), as provisões técnicas devem ser estabelecidas como a média, ponderada pela probabilidade, do valor presente dos fluxos de caixa associados com o cumprimento das obrigações securitárias. Isto é chamado de "estimativa corrente".

Adicionalmente à cobertura dos fluxos de caixa associados com o cumprimento das obrigações securitárias, um segurador incorre no custo de cobertura da incerteza inerente a estes fluxos de caixa (por exemplo, por meio da manutenção de capital, ou por meio de *hedging*, resseguro ou outras formas de mitigação de risco). Seguradores devem manter um montante tal que as obrigações de apólices serão honradas quando devidas. Em princípio, portanto, um valor econômico de provisões técnicas excede a estimativa corrente por um montante que cobre o custo desta incerteza. Este excesso é a margem sobre a estimativa corrente (MOCE, sigla em inglês). Dado que isto é baseado no custo de capital e no requerimento de capital (IAA, 2009), e que ainda há uma discussão bastante pertinente sobre em que medida de probabilidade as provisões técnicas devem ser mensuradas e, dado esta medida, se há ou não a necessidade de inclusão da margem, a MOCE não é o foco deste artigo. Adicionalmente, não foi levado em consideração o valor do dinheiro no tempo.

Os atuários, analistas e auditores têm o difícil papel de calcular ou verificar as provisões reportadas das companhias seguradoras periodicamente e tomar as ações adequadas quando encontrar problemas. Baseado nesta sentença, o ponto chave para o atuário é construir uma opinião sobre a adequação (ou não) de um valor esperado, que é a estimativa corrente. Uma forma bastante conhecida no campo da Estatística é a construção de intervalos de confiança para a estimativa corrente; após isso checar se a provisão de sinistro reportada está dentro deste intervalo, de acordo com um determinado nível de confiança, que pode ser estabelecido baseado nos recursos disponíveis para se executar mais investigações. Níveis de confiança mais baixos (por exemplo, 90%) proverão intervalos mais "magros" e talvez um maior número de vezes em que provisões estarão inadequadas.

Uma outra forma de ter uma ideia sobre a adequação das provisões de sinistros reportadas é por meio do uso de testes recursivos (*back-tests*). Nestes testes, as provisões reportadas no passado são comparadas com valores observados de sinistros e perdas. Além dos problemas nas premissas embutidas nestes testes, nós exemplificaremos na seção 2, seguinte, que em muitos casos eles podem não resultar em conclusões e, então, não são suficientes para o monitoramento de estimativas correntes de sinistros.

[1] Mais detalhes a respeito de modelos de solvência podem ser encontrados em Sandström (2011).

Uma outra possibilidade para o monitoramento seria o uso de corredores baseados em razões fixas[2]. Na maioria das vezes, estes corredores não possuem argumentos estatísticos. Também é importante notar que eles podem ser razoáveis para uma (ou poucas) linhas de negócio, mas podem não ser consistentes para serem aplicados para todas as diferentes linhas de negócio e diferentes seguradores. Cada segurador ou linha de negócio tem diferentes padrões de desenvolvimento. Uma vez que o corredor não depende do padrão de variabilidade de determinadas linhas de negócio, ele possui desvantagens consideráveis para serem utilizados.

Neste artigo, é proposta uma abordagem para a avaliação de intervalos de confiança para a estimativa corrente de provisões de sinistros, mesmo que haja instabilidade nos dados, fato comum a pequenas carteiras. Num primeiro momento, parece uma tarefa simples, bastante estudada e documentada na literatura atuarial especializada (ver Wüthrich e Merz, 2008, England e Verrall, 2002 e suas referências). Entretanto, nós ressaltamos alguns dos obstáculos no caminho para atingir este objetivo. Em primeiro lugar, nosso foco é desenvolver uma metodologia extremamente simples que pode ser usada na atividade corriqueira de verificação. Como resultado, procuramos por passos relativamente simples que produzam sinalizações antecipadas para (supostas) inadequadas provisões de sinistros.

O segundo ponto é: deve-se estar ciente de que o objetivo é fazer inferência sobre a estimativa corrente de sinistros (ocorridos e não avisados/pagos) e não sobre os próprios sinistros futuros (ocorridos e não avisados/pagos). Portanto, o interesse recai na **incerteza em relação ao valor esperado** das perdas. Terceiro, é muito comum a situação de se encontrar seguradores com pouca experiência e que não possuem dados capazes de produzir julgamentos confiáveis baseados apenas em sua própria experiência. De alguma forma, para companhias com poucos dados, é preciso considerar a informação do resto da indústria de forma a realizar melhor inferência sobre a estimativa corrente das provisões de sinistros.

Considerando os dados da empresa[3] sob análise, a estimativa corrente e uma aproximação de seus intervalos de confiança podem ser derivados por meio do uso de, por exemplo, modelos lineares generalizados para o modelo Poisson “sobredisperso” (*over-dispersed Poisson*).

Na seção seguinte, fazemos uma apresentação de algumas restrições na avaliação de provisões por meio do uso de testes recursivos. Na seção 3 deste artigo, apresentamos nossa abordagem para a modelagem dos sinistros ocorridos e ainda não avisados (ou pagos) e também a forma como os intervalos de confiança são obtidos. Os resultados e as aplicações práticas são mostrados na seção 4. Finalmente, o artigo é concluído com algumas considerações finais.

[2] Por exemplo, poderia ser considerado um corredor de ±10%, suficiente para indicar “adequação” de provisões técnicas.

[3] Gorski (2006) discute algumas necessidades ao se calcular provisões em uma abordagem baseada em princípios, mas foca apenas no seguro de vida.

2. Restrições na verificação de provisões de sinistros por meio de testes recursivos

Para ilustrar algumas das restrições no uso de testes recursivos (*back-tests*) para a verificação de provisões de sinistros, a Tabela 1 mostra uma série temporal fictícia de provisões reportadas de sinistros ocorridos mas não avisados (IBNRs – *Incurred but not Reported claims*), e os correspondentes sinistros para cada período de tempo. Para uma determinada provisão reportada em *k*, a informação de perdas observadas refere-se a sinistros ocorridos até a data *k* e avisados a partir da data *k* até a data-base da preparação da Tabela 1.

Tabela 1 – Exemplo de série temporal de provisões reportadas (IBNRs) e os correspondentes sinistros, de *t-18* a *t-1.* Os períodos de tempo podem ser meses, trimestres, semestres ou anos. A informação de perdas observadas refere-se a sinistros ocorridos até a data *k* e avisados a partir da data *k* até a data-base *t* da preparação da Tabela (onde *k* = *t-18, t-17, ..., t-1*)

Data	Provisão reportada ($)	Perdas observadas ($)	Data	Provisão reportada ($)	Perdas observadas ($)
t-18	100	110	t-9	133	140
t-17	120	113	t-8	145	158
t-16	110	95	t-7	135	145
t-15	105	125	t-6	128	136
t-14	115	105	t-5	134	142
t-13	120	130	t-4	145	117
t-12	125	128	t-3	123	128
t-11	122	117	t-2	142	139
t-10	130	138	t-1	137	148

Deve-se notar que esta série temporal só pode ser obtida de forma completa após a passagem de certo tempo. Esta é uma das desvantagens desta ferramenta para a checagem da adequação de provisões de sinistros. Para as colunas poderem ser totalmente comparáveis, deve-se permitir que o desenvolvimento dos sinistros avisados seja o mais completo possível. Portanto, os dados no início da série (o período mais distante no passado) são os mais comparáveis com as correspondentes provisões reportadas na época. As perdas observadas mais recentes na série temporal provavelmente não representam o desenvolvimento total e, por isso, não são completamente comparáveis com a provisão reportada. Para negócios de cauda longa, isto é realmente relevante. Desta forma, o teste recursivo pode apenas indicar algum tipo de adequação somente em períodos não tão recentes.

Uma outra desvantagem deste método é uma consequência do que foi colocado acima. É possível que a metodologia atuarial executada pelo segurador para mensurar a provisão de sinistros tenha sido alterada uma ou mais vezes no passado. Então, problemas antigos podem ter sido resolvidos, ou, até mesmo pior, uma aparente adequação no passado não garante em nada que a provisão atual esteja adequada. Adicionalmente, deve ser lembrado que padrões de desenvolvimento podem ter mudado ao longo do tempo.

Mesmo que nós desconsideremos todas as restrições referidas acima, podemos mostrar estatisticamente que o teste não é suficiente. Na Tabela 1, é observado que a provisão foi inferior às perdas observadas 12 vezes e foi superior em outras seis vezes. A princípio parece um resultado ruim, ou seja, que o método de provisionamento não está adequado. Tomando algumas premissas[4], podemos executar o teste de Kupiec (Kupiec, 1995) para checar se as provisões são iguais ao valor esperado (em outras palavras, se as provisões reportadas são equivalentes às estimativas correntes). O teste de Kupiec é baseado na teoria binomial e testa a diferença entre as proporções esperada e observada de vezes que as perdas reais excedem o valor provisionado.

A provisão é baseada no valor esperado. Em uma distribuição simétrica com momentos definidos, este valor é igual ao quantil 50%, então observamos que *N* perdas excederam as provisões em *T* observações, sendo experimentada uma proporção de *N/T* de excedências. A ideia do teste é verificar se a proporção observada é (estatisticamente) diferente ou não de 50%. Considerando a hipótese nula H_0: $\alpha = 50\%$, o teste de Kupiec diz se *N/T* é estatisticamente significativa para rejeitar ou não H_0. Em outras palavras, ele ajuda a avaliar se a provisão está inadequada. Seguindo a distribuição binomial, a probabilidade de se observar *N* falhas em *T* observações é:

$$\binom{T}{N}(1-\alpha)^{T-N}\alpha^{N}.$$

Assim, o teste da hipótese nula é dado por um teste estatístico da razão de verossimilhança (detalhes em Kupiec, 1995), cuja estatística possui distribuição χ_1^2 (qui-quadrada com um grau de liberdade) sob H_0. É bem conhecido que o poder deste teste, que é a habilidade de rejeitar modelos ruins, aumenta com *T*.

Para os dados na Tabela 1, o p-valor é 15,33%. Então, para testes com significância abaixo de 15,33%, a hipótese nula de que a provisão está adequada não pode ser rejeitada. Não há evidência estatística de que a provisão estava inadequada. Deve-se ser ressaltado que a provisão foi inferior ao valor observado de perdas 12 vezes em 18 observações (mais de 66% dos casos).

[4] O teste a ser apresentado é baseado na teoria binomial.

Com este teste, também podemos afirmar que em 24 observações, mesmo que sejam observadas 70% de "falhas", não haveria significância estatística forte para dizer que a hipótese nula possa ser rejeitada (p-valor = 4,69%). Para 60 observações, ainda que sejam experimentadas 60% de excedências, também não seria possível rejeitar a hipótese de que a provisão estava correta (p-valor = 12,00%).

3. Metodologia

Neste artigo, fazemos uso de triângulos de *run-off* para a modelagem dos sinistros. Triângulos de *run-off* são usados em seguros para prever o número e/ou o montante de sinistros ocorridos, mas não avisados (ou pagos). Geralmente, são mais empregados em seguros de ramos onde se leva algum tempo entre a data da ocorrência e o completo aviso ou pagamento do sinistro. $C_{i,j}$ é o montante de sinistros ocorridos em i e avisados após j-1 períodos. Na Figura 1, é mostrado um exemplo de triângulo de *run-off* trimestral.

Figura 1 – Exemplo de triângulo de *run-off* trimestral.

		Atraso para o aviso (trimestres)			
		0	1	…	I-1
Trimestre de ocorrência	1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	…	$C_{1,I}$
	2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	…	
	…	…	...		
	I	$C_{I,1}$			

Ele também pode ser escrito como $\{C_{i,j} : j = 1,\ldots,I - i + 1;\ i = 1,\ldots,I\}$, onde I é o número de períodos de ocorrência. Podemos definir também o triângulo acumulado:

$$D_{i,j} = \sum_{k=1}^{j} C_{ik}$$

Nossa abordagem é baseada em modelos lineares generalizados com base na distribuição de Poisson sobredispersa (*overdispersed Poisson model*), ver Renshaw e Verrall (1998). Entretanto, a estrutura do preditor linear é diferente daquela empregada pelos autores. O termo "sobredispersa" significa que se $X \sim$ Poisson(μ), então $Y=\varphi X$ segue uma distribuição Poisson sobredispersa, com $E(Y) = \varphi\, \mu$ e $V(Y) = \varphi E(X) = \varphi^2 \mu$. φ é geralmente maior que 1 – por isso, o termo "sobredisperso" – mas isto não é um requerimento. O modelo de Poisson sobredisperso pode ser escrito como:

$$C_{i,j} \mid \mu_{i,j}, \varphi \sim \text{ Poisson sobredispersa independente com média } \mu_{i,j}.$$

$\log \mu_{i,j} = \eta_{i,j}$

$E[C_{i,j}] = \mu_{i,j}$ e $Var[C_{i,j}] = \varphi\, E[C_{i,j}]$

Deve-se notar que se $C_{i,j} \sim$ Poisson sobredispersa independente, com média $\mu_{i,j}$, então $C_{i,j}/\varphi \sim Poisson\left(\mu_{i,j}/\varphi\right)$. Renshaw e Verrall (1998) discutiram a relação entre seu modelo e a técnica *chain-ladder*, e mostraram que, sob certas restrições, as mesmas estimativas de reserva são produzidas. No modelo clássico *chain-ladder*, não são feitas premissas *a priori* a respeito dos sinistros finais para cada período de ocorrência. Para triângulos de *run-off* instáveis, isto provê altas variâncias de estimação. De forma a lidar com esta questão, na seção de aplicação com dados reais, permitimos a inclusão de informação exógena a respeito dos sinistros finais no preditor linear. Isto lembra as premissas do método Bornhuetter-Ferguson (BF) (Bornhuetter e Ferguson, 1972).

Considerando $\hat{\mu}_{i,j}$ como a estimativa do preditor linear $\mu_{i,j}$, o parâmetro de dispersão, φ, também tem que ser estimado. Para φ, usamos uma estimativa em linha com a abordagem executada nos métodos clássicos (em England e Verrall 2002, por exemplo). Então:

$$\sum_{i,j}\left(\frac{\frac{C_{i,j}}{\varphi} - \frac{\hat{\mu}_{i,j}}{\varphi}}{\sqrt{\frac{\hat{\mu}_{i,j}}{\varphi}}}\right)^2 \underset{aprox}{\sim} \chi^2_{n-p}$$

Com base no método dos momentos, a estimativa de φ é dada por:

$$\frac{1}{\hat{\varphi}}\sum_{i,j}\left(\frac{C_{i,j} - \hat{\mu}_{i,j}}{\sqrt{\hat{\mu}_{i,j}}}\right)^2 = n - p \Rightarrow \hat{\varphi} = \frac{1}{n-p}\sum_{i,j}\left(\frac{C_{i,j} - \hat{\mu}_{i,j}}{\sqrt{\hat{\mu}_{i,j}}}\right)^2$$

onde *p* é o número de parâmetros.

England e Verrall (1999) provê um método para aproximar a variância da previsão de uma estimativa corrente. A variância da previsão pode ser decomposta na variância do processo e na da estimação. De forma a derivar intervalos de confiança para a estimativa corrente, precisamos avaliar o erro padrão da estimativa da provisão (que é o valor esperado dos fluxos de caixa associados ao cumprimento das obrigações securitárias), em outros termos, é a variância da estimação. De acordo com England e Verrall (1999), a variância do preditor de uma única célula do triângulo é:

$$Var\left(\hat{\mu}_{i,j}\right) = Var\left(e^{\hat{\eta}_{i,j}}\right) \cong \left(\frac{\partial e^{\hat{\eta}_{i,j}}}{\partial \hat{\eta}_{i,j}}\right)^2 Var\left(\hat{\eta}_{i,j}\right) = \left(e^{\hat{\eta}_{i,j}}\right)^2 Var\left(\hat{\eta}_{i,j}\right) = \hat{\mu}_{i,j}^2 \, Var\left(\hat{\eta}_{i,j}\right)$$

Então, a variância total da estimação é dada por:

$$Var\left(\sum_{i,j} \hat{\mu}_{i,j}\right) = \sum_{i,j} \hat{\mu}_{i,j}^2 Var\left(\hat{\eta}_{i,j}\right) + 2\sum_{i,j} Cov\left(\hat{\eta}_{i,j}, \hat{\eta}_{i,k}\right) \hat{\mu}_{i,j} \hat{\mu}_{i,k}$$

Em uma notação matricial, isto é equivalente a:

$$Var\left(\sum_{i,j} \hat{\mu}_{i,j}\right) = \hat{\mu}' Var\left(\hat{\eta}\right) \hat{\mu}$$

onde $\hat{\mu}$ e $\hat{\eta}$ são vetores de tamanho I^2 contendo todos $\hat{\mu}_{i,j}$ e $\hat{\eta}_{i,j}$. Aplicando o teorema do limite central, é possível derivar intervalos de confiança para a estimativa corrente das provisões de sinistros como se segue:

$$\sum_{i=2}^{I} \sum_{j=I-i+2}^{I} \hat{\mu}_{i,j} \quad \pm \quad Z_{1-\delta} \left[Var\left(\sum_{i=2}^{I} \sum_{j=I-i+2}^{I} \hat{\mu}_{i,j} \right) \right]^{1/2} \tag{1}$$

Devemos notar que o termo $\sum_{i=2}^{I} \sum_{j=I-i+2}^{I} \hat{\mu}_{i,j}$ se refere ao valor esperado das observações futuras, ou seja, à provisão de sinistros estimada.

4. Aplicação a dados hipotéticos

Nesta seção, apresentamos uma aplicação com dados hipotéticos. A metodologia apresentada na seção 3 foi aplicada a quatro triângulos de *run-off* trimestrais descritos no Apêndice e que foram montados pelos autores. Os primeiros 2 triângulos devem ser considerados como de um segurador pequeno. Os outros 2 devem ser considerados provenientes de uma grande companhia. Todos os triângulos possuem dimensão *12x12*. O modelo utilizado se baseia na distribuição sobredispersa de Poisson com a seguinte especificação:

$C_{i,j} \mid \mu, \alpha_i, x_i, \beta_j, \varphi \sim$ Poisson sobredispersa com média $\mu_{i,j} = \mu\, x_i^{\alpha_i} \beta_j$

$$\alpha_1 = 0; \beta_1 = 0 \qquad (2)$$

Aqui, μ é a média geral, $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_I\}$ e $\beta = \{\beta_1, \beta_2, ..., \beta_I\}$ são vetores de parâmetros relacionados às linhas (períodos de ocorrência) e colunas (períodos de desenvolvimento), respectivamente, do triângulo de *run-off*[5]. A variável independente x_i representa uma expectativa exógena dos sinistros finais acumulados (até o último período de desenvolvimento observado, *I*) para o i-ésimo período de ocorrência. Os parâmetros referentes às colunas, β_j, podem ser interpretados como efeitos de cada período de desenvolvimento. Este modelo se aplica a todos os dados, observados e futuros. Para se chegar aos números de média e variância desenvolvidos na seção anterior, basta substituir $\mu_{i,j}$ por $\mu\, x_i^{\alpha_i} \beta_j$, considerando suas respectivas estimativas.

Uma grande vantagem em se usar expectativas exógenas de sinistros finais é que isto permite combinar algum tipo de informação *a priori* de uma ou mais fontes com a informação específica de um dado segurador para se chegar a uma melhor decisão final. Isto é particularmente importante em uma situação comum para uma amostra pequena ou limitada ou, ainda, triângulos instáveis.

Para companhias pequenas ou linhas de negócios que não têm experiência suficiente, modelar triângulos de *run-off* pode prover enormes intervalos de confiança para estimativas correntes. A razão se encontra na grande variância de estimação obtida devido à instabilidade dos dados. Para tratar desta questão, a ideia básica de nossa abordagem é usar informação de uma dada linha de negócios de toda a indústria como distribuição *a priori* dos sinistros finais de cada período de ocorrência.

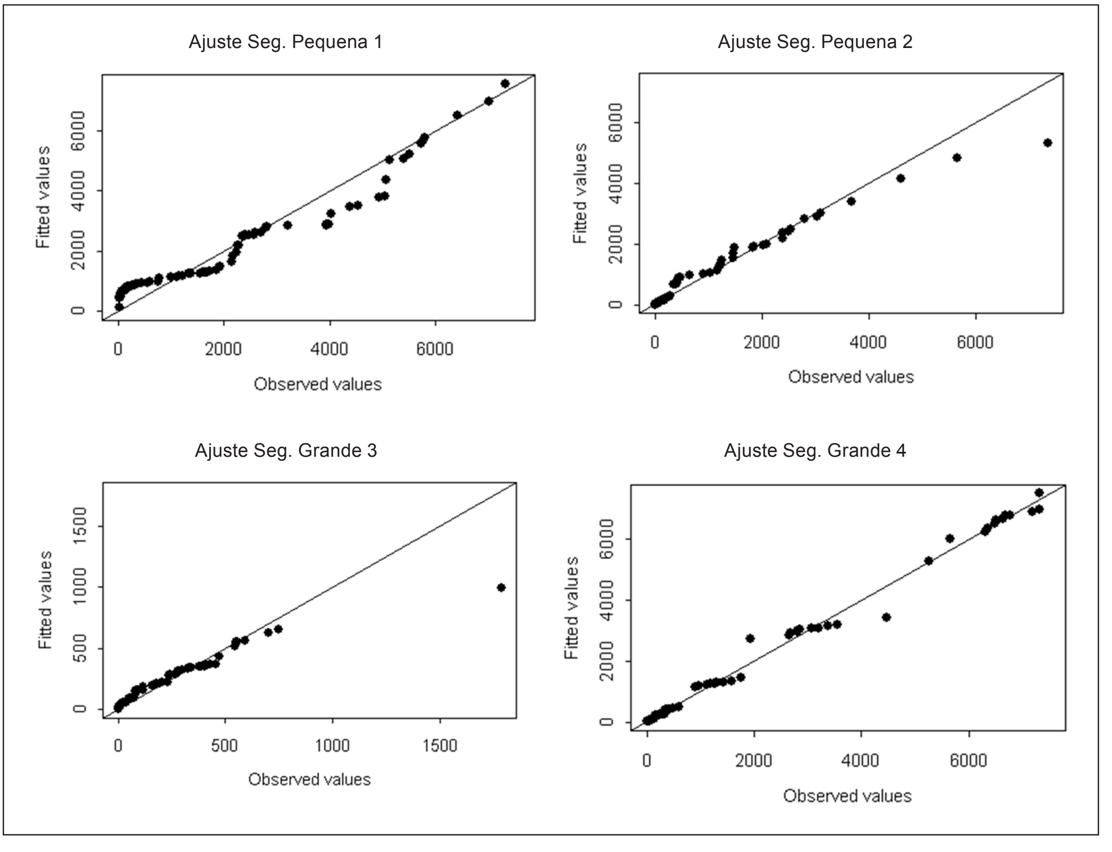
As estimativas correntes considerarão tanto a informação de toda a indústria para aquela linha de negócios quanto a informação específica da companhia que desejamos monitorar. Baseado nisto, é possível construir intervalos de confiança para o valor esperado. Então, o intervalo de confiança é usado como uma ferramenta para verificar provisões de sinistros reportadas sem muitas das desvantagens citadas na seção 1 deste artigo.

[5] Podem ser testadas várias formas de preditores lineares e, baseado em um conjunto de critérios (deviance, testes de qualidade do ajuste, gráficos etc), o melhor modelo para um determinado triângulo de run-off pode requerer uma estrutura diferente para o preditor.

O uso de estimativas exógenas para sinistros finais no preditor linear lembra o método de Bornhuetter-Ferguson (1972), além de outros presentes na literatura (por exemplo, Benktander (1976), Mack (2000), Verrall (2004), entre outros). Em nosso modelo, x_i é uma estimativa inicial de sinistros finais para cada período de ocorrência "*i*". Seus valores estão no Apêndice. Na presente aplicação, consideramos x_i como um resultado do produto entre o prêmio ganho de um segurador/linha de negócio específica e a sinistralidade de toda a indústria (sinistros ocorridos sobre prêmios ganhos)[6]. Esta razão pode ser calculada como uma média das sinistralidades passadas para uma linha de negócio específica e representa a experiência observada de toda a indústria.

Os parâmetros no preditor linear $\mu_{i,j}$ (ver fórmula (2)) são estimados por meio de máxima verossimilhança. Os qq-plots resultantes (ajustados x observados) do processo de estimação estão na Figura 2.

Figura 2 – QQ-plots (ajustados × observados) para cada um dos quatro triângulos: (i) triângulo Seguradora Pequena 1; (ii) triângulo Seguradora Pequena 2; (iii) triângulo Seguradora Grande 3 e; (iv) triângulo Seguradora Grande 4



[6] $x_i = PG_i \,.\, Sinistralidade$, onde a sinistralidade é calculada para todo o mercado, referente à uma determinada linha de negócio.

Por meio da Figura 2, pode ser observado que a qualidade geral do ajuste é boa, mesmo para triângulos onde era esperada uma instabilidade (triângulos de pequenas companhias). Nos ajustes dos triângulos 2 e 3 fica claro no gráfico que há um valor em cada um deles que não é adequadamente capturado pelo modelo. Nestes pontos, os valores observados são mais elevados que os ajustados pelo modelo. Apesar deste fato, estes dois erros não são muito relevantes para o resto do processo, uma vez que o principal objetivo é obter um intervalo assintótico para o valor esperado dos sinistros, por meio da aproximação Normal, de acordo com a fórmula (1). De fato, este erro resultará em uma maior dispersão das estimativas dos parâmetros, tornando os intervalos derivados maiores. Para atividade de verificação, um maior intervalo tornará menos comuns sinalizações a respeito de provisões reportadas supostamente inadequadas. Na Tabela 3, apresentamos os resultados dos intervalos derivados, assim como, das estimativas correntes.

Tabela 3 – Resultados dos intervalos de confiança para a estimativa corrente dos sinistros. Para cada triângulo, são apresentados os quantis 10%, 16%, 25%, 75%, 84% e 90%, além da média (estimativa corrente). Os quantis 16% e 84% representam um desvio padrão acima e abaixo da média. Os números dentro dos parêntesis referem-se à variabilidade em torno da estimativa corrente (em %)

(1)	10%	16%	25%	Estimativa Corrente	75%	84%	90%
Peq1	628 (56%)	809 (44%)	1,011 (30%)	1,436	1,862 (30%)	2,064 (44%)	2,245 (56%)
Peq2	6,015 (41%)	6,954 (32%)	8,000 (22%)	10,204	12,409 (22%)	13,455 (32%)	14,393 (41%)
Gra3	37,510 (38%)	42,755 (30%)	48,600 (20%)	60,921	73,243 (20%)	79,088 (30%)	84,332 (38%)
Gra4	18,581 (11%)	19,108 (9%)	19,695 (6%)	20,932	22,170 (6%)	22,756 (9%)	23,283 (11%)

Conforme pode ser visto, quando provisões de sinistros são verificadas, o analista possui uma importante ferramenta para verificar se o número reportado por uma companhia de seguros é razoável (ou não) baseado nos resultados mostrados na Tabela 3. Como esperado, a variabilidade em torno da estimativa corrente é inferior para grandes companhias.

Para a companhia Seguradora Grande 4, se a provisão reportada for R$18.000, há evidências que a provisão está subestimada. Neste caso, uma investigação mais profunda deve ser iniciada. Por outro lado, para a companhia Seguradora Grande 3, uma provisão reportada igual a R$72.000 não provê uma sinalização forte de que o número não está adequado.

Por sua facilidade de aplicação e como procedimento a ser utilizado repetidamente, a fim de se obter os melhores resultados para o intervalo de confiança, o analista deve sempre procurar a estrutura de preditor que oferece o melhor ajuste possível. Nossa abordagem permite total flexibilidade na definição do preditor. Após esta estrutura ser obtida e o processo de inferência ser concluído, é possível, com o uso de algumas simples formulações, obter intervalos de confiança para a estimativa corrente. Quanto melhor o ajuste do modelo, mais acurados serão os intervalos.

Uma outra vantagem do método é que ele pode ser usado para prover um indicador de provisões superestimadas. A princípio, uma pessoa pode achar que o superprovisionamento é bom, afinal significa mais recursos para pagar sinistros. Se nos limitarmos a esta análise superficial, o raciocínio não está incorreto. Entretanto, uma provisão superestimada provê benefícios fiscais (dependendo da jurisdição) à companhia. Tal fato deixa o mercado desequilibrado, uma vez que apenas empresas com mais recursos financeiros têm a possibilidade de executar tal prática, realizando arbitragem fiscal, e, por fim, aumentando seu retorno/lucratividade frente a outras companhias que não poderiam executar tal arbitragem.

5. Considerações finais

O objetivo deste artigo foi apresentar uma abordagem relativamente simples para ser utilizado na avaliação de provisões de sinistros. De acordo com princípios modernos de supervisão de solvência, as provisões técnicas devem ser estabelecidas como a média ponderada pela probabilidade do valor presente dos fluxos de caixa associados com o cumprimento das obrigações securitárias. O ponto chave é construir uma opinião sobre a adequação (ou não) de um valor esperado, que é a estimativa corrente. Uma forma de fazer isto é por meio da avaliação de intervalos de confiança para a estimativa corrente (média estimada) e checar se a provisão de sinistro reportada está dentro deste intervalo para um dado nível de confiança.

Na seção 2, mostramos que em muitos casos o uso de testes recursivos (*back-tests*) não provê conclusões finais e, por isso, não é suficiente para a verificação da estimativa corrente de sinistros. Com base em dados hipotéticos, a estimativa corrente e uma aproximação de seus intervalos de confiança foram derivados através do uso de um modelo Poisson sobredisperso, com um preditor que considera informação exógena baseada na indústria sobre os sinistros finais para cada período de ocorrência. Os intervalos foram obtidos com aproximação Normal (distribuição assintótica das médias – Teorema do Limite Central). A fórmula calculada é simples e pode ser usada em atividades de verificação de provisões por auditores, além de fornecer sinalizações a respeito da adequação das provisões de sinistros.

6. Referências Bibliográficas

Benktander, G. 1976. **An approach to credibility in calculating IBNR for casualty excess reinsurance**. The Actuarial Review, april 1976 vol. 312, 7.

Bornhuetter, R.L., Ferguson, R.E. 1972. **The Actuary and IBNR**. In Proceedings of the Casualty Actuarial Society 59: 181-95.

Bruning, L. 2006. **Principles-based Reserving**: A Regulator's Perspective. Journal of Insurance Regulation, Spring 2006 (24); 3, p. 3.

England, P.D., Verrall, R. J. 2002. **Stochastic Claims Reserving in General Insurance**. Presented to the **Institute of Actuaries and Faculty of Actuaries.**

England, P.D., Verrall, R. J. 1999. **Analytic and bootstrap estimates of prediction errors in claims reserving**. Insurance: Mathematics and Economics 25/3, 281-293.

Gorski, L. M. 2006. **Data Needs when Calculating Reserves using Principles-based Reserve Methodology**. Journal of Insurance Regulation, Spring 2006 (24); 3, p. 37.

IAA. 2009. **Measurement of Liabilities for Insurance Contracts**: Current Estimates and Risk Margins. Prepared by the ad hoc Risk Margin working group. Disponível em www.actuaries.org/LIBRARY/Papers/IAA_Measurement_of_Liabilities_2009-public.pdf.

IAIS. 2015. **Insurance Core Principles**. Disponível em www.iaisweb.org.

Mack, T. 2000. **Credible claims reserve**: the Benktander method. Astin Bulletin 30/2, p. 333-347.

Kupiec, P. 1995. **Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models**. Journal of Derivatives 2, pp. 173-184.

Renshaw, A.E., Verrall, R.J. 1998. **A stochastic model underlying the chain-ladder technique**. British Actuarial J. 4/4, 903-923.

Sandström, A. 2011. **Handbook of solvency for actuaries and risk managers: theory and practice**. Chapman & Hall/CRC finance series.

Verrall, R.J. 2004. **A Bayesian Generalized Linear Model for the Bornhuetter-Ferguson Method of Claims Reserving**. North American Actuarial Journal, 8 (3), p.67-89.

Wüthrich, M.V. and Merz, M. 2008. **Stochastic Claims Reserving Methods in Insurance**. John Wiley & Sons.

Apêndice

Companhia 1 – Seguradora Pequena:

339,0	747,5	168,5	91,9	76,4	22,1	0,0	0,0	23,8	9,4	0,0	0,0
80,5	554,8	412,9	274,0	5,9	18,7	238,2	0,8	4,2	0,0	0,0	
1788,5	701,3	192,4	37,1	26,3	2,8	0,0	97,3	0,0	0,5		
412,2	473,1	591,7	77,0	14,7	0,0	5,4	31,4	0,0			
229,1	330,2	241,4	280,4	27,8	17,1	115,3	0,0				
180,9	204,4	299,4	179,4	46,8	36,7	0,0					
0,0	376,4	402,3	13,8	54,0	0,0						
81,4	455,1	430,8	324,1	180,9							
113,8	543,8	86,4	12,5								
74,3	269,8	388,5									
13,7	552,7										
157,8											

Companhia 2 – Seguradora Pequena:

1206,0	3030,7	5641,8	167,1	67,6	34,4	5,3	28,1	12,1	6,8	5,7	4,7
1245,8	7340,4	422,8	70,6	111,7	28,7	6,4	6,0	52,3	0,1	0,2	
908,1	2378,1	1837,3	383,8	73,1	79,0	22,6	63,2	18,7	8,5		
1035,2	2035,0	356,0	55,0	121,9	25,5	17,0	62,5	44,0			
2094,9	2799,7	288,3	194,6	60,7	18,3	34,9	30,4				
1474,5	1461,2	437,4	116,7	46,8	44,2	26,6					
1229,0	1859,6	464,1	127,3	37,4	39,6						
1157,9	2493,0	656,1	253,0	108,4							
2543,8	4596,2	443,2	119,7								
1492,4	3094,9	472,5									
1239,6	3675,2										
2379,9											

Companhia 3 – Seguradora Grande:

2595,2	3987,0	4927,2	746,6	363,7	54,3	2469,1	22,8	302,3	41,9	2364,9	113,7
1593,4	5129,8	2562,6	1222,3	543,2	1850,3	234,8	25,0	33,4	1718,6	11,2	
1681,8	5766,0	2385,1	587,1	2798,4	167,7	108,4	37,4	4023,7	153,4		
2167,6	5800,1	1919,2	2344,9	450,1	124,8	153,7	2224,9	125,4			
2689,7	5136,3	3200,2	1379,2	362,5	343,3	1148,4	49,2				
5038,9	6408,3	2263,0	1099,0	271,0	3940,2	72,9					
1327,9	5728,9	2812,7	779,5	2283,9	88,7						
5512,0	7015,4	1557,9	3947,4	332,4							
2405,1	5065,0	4527,2	998,3								
1890,9	7332,0	2135,9									
4383,7	5394,6										
1631,8											

Companhia 4 – Seguradora Grande:

3079,7	6643,2	1126,3	421,3	320,7	88,6	39,0	57,0	37,8	59,6	41,6	33,5
2819,2	5651,3	1426,9	381,8	274,4	95,3	5,0	92,0	65,7	9,3	7,4	
2847,3	6326,0	1269,7	603,5	146,6	64,0	87,1	62,2	9,1	21,7		
2814,4	6363,8	903,8	479,6	218,6	254,2	10,2	131,1	22,0			
3377,9	6504,0	1746,1	346,8	251,2	95,5	50,3	72,8				
1936,8	7197,8	1583,4	474,1	137,9	80,6	113,4					
2653,0	7335,6	1256,3	371,9	316,8	41,0						
3206,1	6686,4	1190,6	473,4	321,5							
4473,7	6775,6	1287,3	318,0								
3544,7	6489,4	966,1									
2685,9	7336,5										
5268,3											

Estimativas iniciais dos sinistros finais de cada triângulo:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Pequena 1	1500	1700	3200	2500	22000	3000	3500	3700	4000	4000	4200	4350
Pequena 2	11000	10000	10000	11000	11000	11500	12200	12200	12500	13000	13000	13500
Grande 3	18000	16000	18000	17000	18000	20000	18000	22500	20500	21500	22500	21500
Grande 4	12000	11000	12000	13000	14000	14000	14500	14500	15000	15000	15500	15500